

**Edited by / Publié par**

Editions Archimède, Argenteuil  
(commission paritaire: demande en cours)

**Director / Directeur de publication**

Annabelle Cesaro

**Editors / Réds en Chef**

Gianni Sarcone  
Marie-Jo Waeber

**Contributors / Ont collaboré**

Dave Green, Conceptis Ltd.  
Jacques Haubrich  
Serhiy Grabarchuk  
Coca Frigerio  
Alberto Cerchi  
Akiyoshi Kitaoka

**English texts supervisor**

Grant Mountjoy

**Please send contributions to /  
Envoyez vos articles à**

Marie-Jo Waeber  
ARCHIMÉDES Redaction  
CP 1700  
16100 Genova Centro / Italy  
contact@archimedes-lab.org

**To subscribe contact /**

**Pour s'abonner, contacter**

Editions Archimède  
5, Rue Jean Grandel  
95100 Argenteuil / France  
Fax +33 1 39 98 83 52

**Online orders / Commandes online**

archimedes-lab.org/zjournal.html

**ARCHIMÉDES web site:**

www.archimedes-lab.org

**Copyright notice**

No part of this review may be copied  
(except for personal use). The  
puzzles featured in ARCHIMÉDES are  
copyright or patent protected. Request  
for commercial or journalistic use  
of its content should be mailed to:  
contact@archimedes-lab.org

**Copyrights**

Toute reproduction intégrale ou partielle  
est illicite (usage personnel excepté).  
Toute demande d'utilisation à des fins  
commerciales et de presse est à envoyer  
à: contact@archimedes-lab.org

## IN THIS ISSUE SOMMAIRE

### Bookmarks / Repères

*Editorial*

Puzzle = visual intelligence /  
Puzzle = créativité visuelle 2

*Paradoxes*

Fibonacci Puzzle /  
Le casse-tête de Fibonacci 16

*Playing with number / Nombres*

Magic magic Squares /  
Carrés magiques magiques 34

*Portrait*

Bruno Munari, a visionary artist /  
Bruno Munari, un visionnaire 46

### Features / Générique

Ormazd Puzzle 4

Link-a-Pix / Pixellage 8

Geotemplet Puzzle 10

Matching Puzzle / La Paire 15

The Shoe / La Pantoufle 22

Optical motion / Illusions cinétiques 23

Imhotep's Puzzle /

Le casse-tête d'Imhotep 31

Tearings / Déchirements 32

Puzzling Perimeters /

Périmètres interchangeables 33

Syntemachion 38

Pacioli's Number /

Nombre de Pacioli 40

Optical What? / L'illusion cachée 41

Holey Triangle / Triangle percé 42

Solutions 48

Back cover illustration / en dos de couverture:

Kitaoka Moving Spirals

## Puzzle = visual intelligence

### About puzzles

→ Puzzles are among the most popular forms of recreational mathematics and games. Just a little bit of good sense and an inquisitive mind are all you need to solve them. Puzzles capture people’s attention as curiosity is a natural human propensity and indeed they are intriguing, challenging and fun as well.

Sometimes, man lets himself go to this abstracted ‘diversion’ which involves assembling or arranging pieces, counters or any small familiar object. This compulsive behavior is evidence of a geometrical sense, which is natural and irrepressible. This is the same behavior which drives some birds instinctively when they collect and group shells, glittering or colored objects. So, assembling a puzzle is not only a cerebral activity but indeed a primitive geometric urge.

### Framework for

Puzzles enhance visuo-thinking. They work curiosity and geometric The personal gratification small victory leading, and confidence. For these tools for channeling the with learning difficulties support for disabled manipulatives, puzzles into a genius but they to redefine a problem Making geometry era, may be anachronistic, take the place of hands-on not closed problems, they generate a myriad of variants and what’s more they don’t require batteries, they are just powered by our brain cells! Believe ARCHIMEDES...



### thinking

spatial skills and critical like a catalyst, awakening intuition in young people. of solving a puzzle is a little by little, to self-esteem reasons they are excellent energy of young people and a useful rehabilitation people. As educational won’t transform anybody surely develop the capacity and the will to persevere. ‘tangible’ in this ‘virtual’ but a screen will never experience. Puzzles are can always be improved and

To conclude, we have endeavored to make an ‘intuitive’ puzzle journal with fewer formulas and more visuals, which may constitute a platform for reflection to a lot of mathematical topics. You can reproduce or photocopy any image contained in this journal as resource material for classroom projects/activities, workshops, training courses or just for fun... In addition to that you can even learn French while you’re trying to solve ARCHIMEDES’ puzzles!

### Why ARCHIMEDES?

Archimedes was a Greek experimental scientist and inventor who attached a great deal of importance to the ‘discovering-by-trying’ approach. That’s why his name has been chosen for the title of this journal. He is well remembered for having said “If you give me a lever long enough, I could move the world”. Well, we just hope that ARCHIMEDES becomes a lever for your creativity!

*Gianni Saccoccia*

## Puzzle = créativité visuelle

### A propos des puzzles

→ Les puzzles et casse-tête représentent une des formes les plus populaires des jeux mathématiques. Il existe en effet une vaste littérature sur le sujet. Pour résoudre un puzzle, point n'est besoin de connaissances pointues, un peu de jugeote et le tour est joué. Un tel engouement s'explique aussi par le fait que les puzzles attirent la curiosité sans trop investir le lecteur.

Assembler des éléments disparates, créer des ensembles est une pulsion irréprouvable ; qui n'a jamais joué avec des objets inconsciemment, formé des tas de même famille à table où lors d'un coup de fil. Ce comportement est une manifestation d'un sens géométrique inné. Cette même pulsion de "collecter" et arranger des objets se retrouve à un niveau différent chez l'oiseau jardinier ou la pie.

### Outils à penser

Les puzzles en général visuo-spatiales et la pensée un catalyseur susceptible l'intuition géométriques la gratification personnelle qui influe sur l'estime de soi capacités. Pour toutes ces appui utile pour canaliser un outil de réhabilitation problèmes psychomoteurs. ces jeux ne va pas jusqu'à en génie, mais au moins elle à redéfinir un problème écrans ne remplaceront même à l'heure du virtuel ! puzzles n'ont pas besoin de piles impulsions électriques cérébrales suffisent !



améliorent les aptitudes critique. Ils sont également d'éveiller la curiosité et chez l'enfant. Sans parler de lorsque l'on résout un puzzle, et la confiance en ses propres raisons, les puzzles sont un l'énergie des plus jeunes et pour ceux qui ont des Certes, l'action éducative de transformer chacun de nous aura exercé notre capacité et notre persévérance. Les jamais l'expérience manuelle, C'est un constat positif... Les pour fonctionner, quelques

Nous nous sommes efforcés de réaliser un journal de récréations mathématiques et de casse-tête qui convienne à un large public avec très peu de formules mathématiques, en faisant la part belle aux images. Le journal est en fait une plateforme de réflexion pour l'étude des mathématiques. Vous pouvez reproduire les images de chaque fascicule pour les utiliser comme ressources pour de nombreuses applications ludiques ou d'étude (animations, clubs, ateliers...). De plus, en réalisant les puzzles d'ARCHIMEDES, vous pourrez même exercer votre anglais !

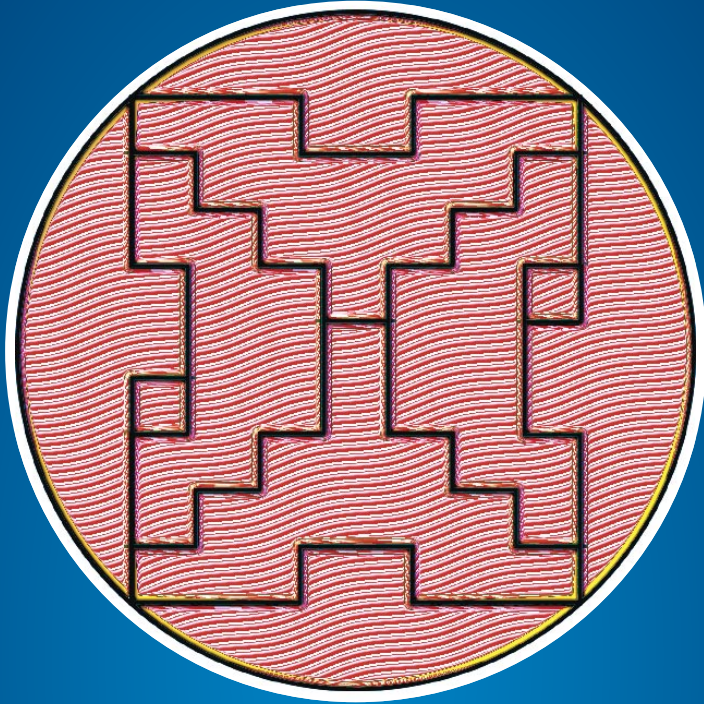
### Pourquoi ARCHIMEDES ?

Archimedes (lire 'arkimédèss') est le nom latin d'Archimède, savant et inventeur de la Grèce Antique qui attachait beaucoup d'importance à l'approche *heuristique* (de 'eurêka') qui consiste à découvrir des principes en se fondant sur des essais progressifs. Archimède se faisait fort de soulever le monde avec un levier suffisamment long. Nous souhaitons, plus humblement, qu'ARCHIMEDES devienne un levier pour votre créativité !

*Gianni Sorcone*

# Ormazd Puzzle

Gianni A. Sarcone



### Aim of the Game

Fit the extra small rectangular piece into the disc

### But du Jeu

Insérer la petite pièce rectangulaire dans le puzzle



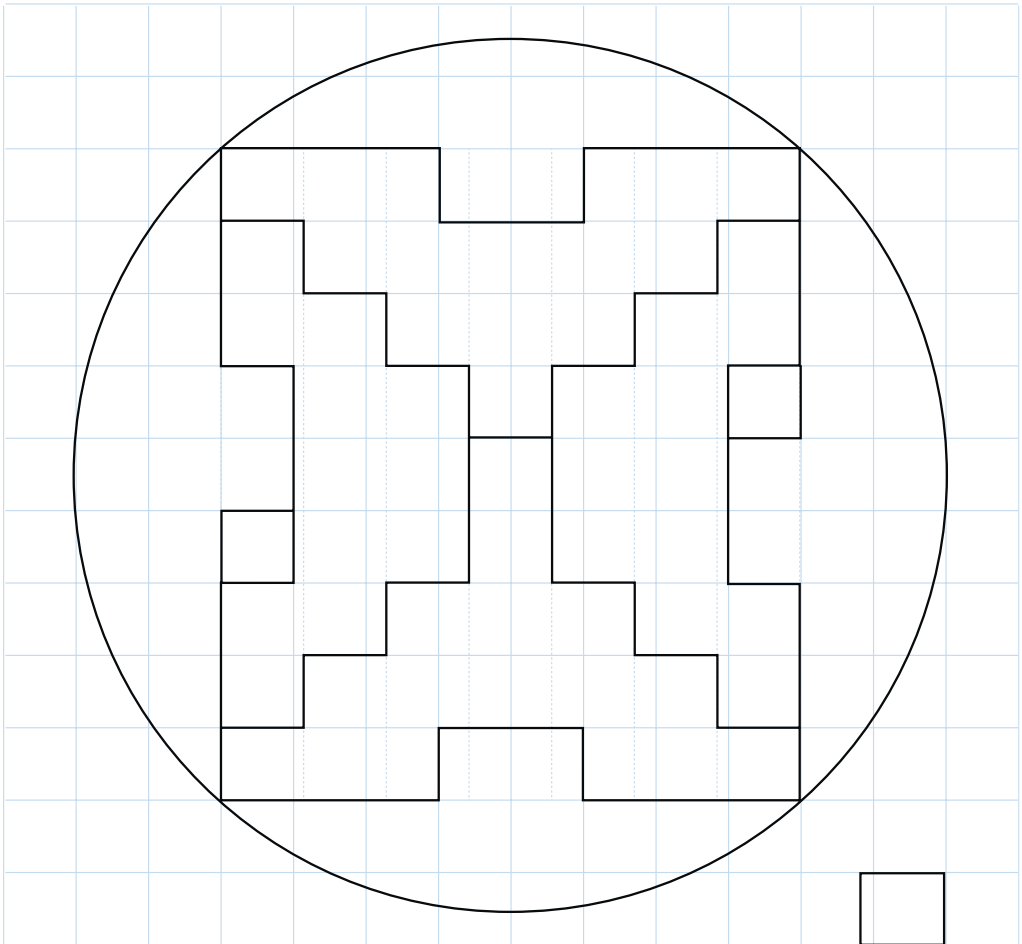
Puzzle inspired by a bas relief

Puzzle inspiré d'un bas-relief





# Sketch Plan Fiche Technique



Suggested thickness of the puzzle: 5 mm to 15 mm

Epaisseur du puzzle conseillée: 5 mm à 15 mm

## Basic direction

→ Transfer the exact measurements of the puzzle draft above onto any material which is easy enough to cut (piece of cardboard, foam sheet, wood board). To make the job easier you could also photocopy the sketch plan and stick it on the material to be cut.

Then, cut out your 11-piece puzzle with an appropriate tool by strictly respecting the given puzzle dimensions.

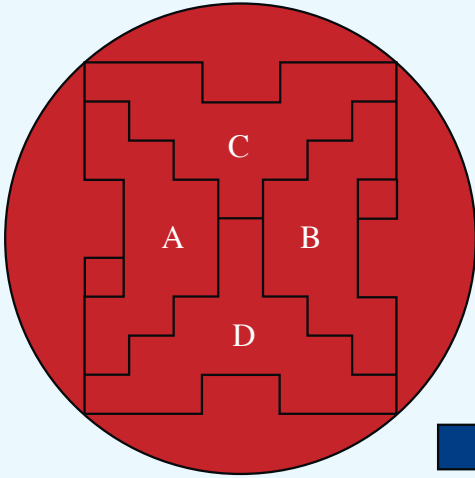
## Instructions

→ Reportez les mesures du puzzle, selon le schéma ci-dessus, sur du contreplaqué, du carton fort ou tout autre support pouvant être découpé facilement (vous pouvez aussi reproduire à la photocopieuse le schéma pour le coller simplement sur le support à découper).

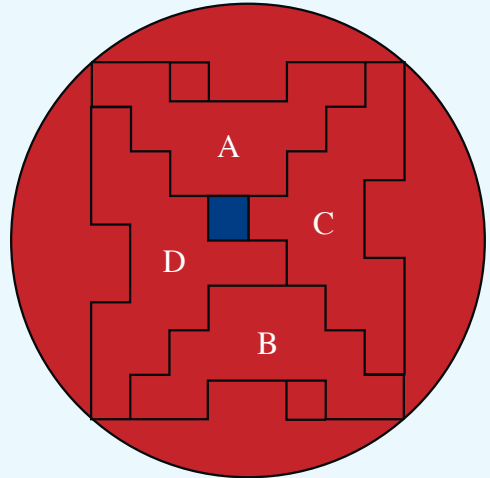
Puis, découpez votre puzzle en utilisant un outil approprié et en respectant minutieusement les dimensions du jeu.

# Solution

starting position  
position de départ



after reflection  
après réflexion



When the extra piece is placed, the puzzle dimensions seem to stay the same... Magic?

En ajoutant la petite pièce, le puzzle semble garder les mêmes dimensions... Magie?

➔ Let's have a look at the 4 staircase-shaped pieces of the Ormazd puzzle (A, B, C and D). When these 4 pieces are correctly assembled they form a rectangle (ruled in squares for our convenience) as shown in fig. 1 below. We can notice that this rectangle is framed itself by a regular netting of small rectangles. Each small rectangle has a side length  $L$  and a side width  $h$ .

➔ Regardons d'un peu plus près les 4 formes principales du puzzle (A, B, C et D). Lorsque ces 4 pièces sont ajustées correctement, elles forment un rectangle (quadrillé pour faciliter la compréhension du jeu, fig. 1), selon l'image ci-dessous. Le réseau rectangulaire qui forme le rectangle de base est constitué de petits rectangles ayant une longueur  $L$  et une hauteur  $h$ .

So, when we rearrange the 4 pieces of the puzzle by fitting the extra piece, we can see that the setting of the rectangular netting changes (fig. 2) making the height of the large rectangle increase by approx. 0.14 unit. In short, the rectangle becomes larger but this slight increase passes unnoticed.

Ainsi, lorsque l'on introduit la petite pièce annexe, nous ne faisons que réorganiser ce réseau. En effet, les petits rectangles sont orientés différemment (fig. 2) en créant une infime différence de +/- 0,14 unité sur la hauteur du jeu, différence qui pourrait passer inaperçue aux non initiés!

fig. 1

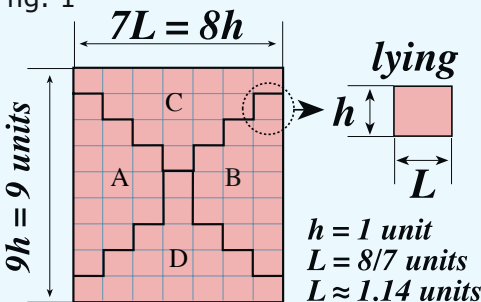
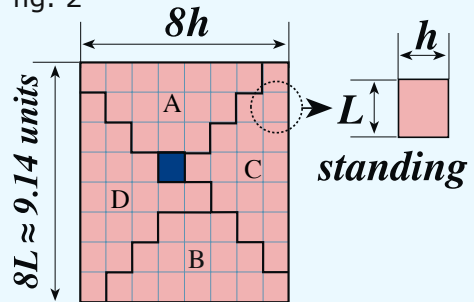


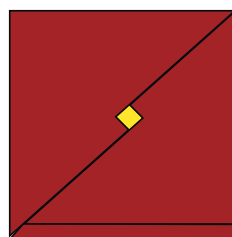
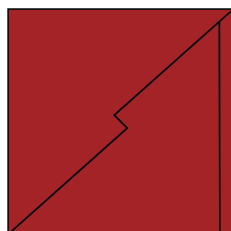
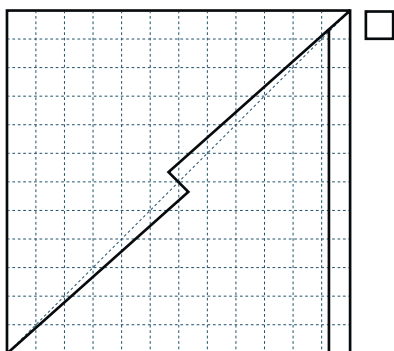
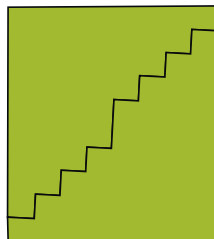
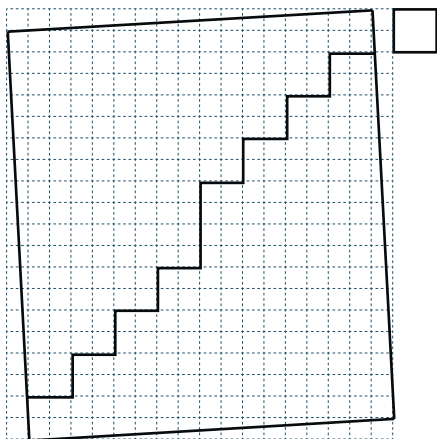
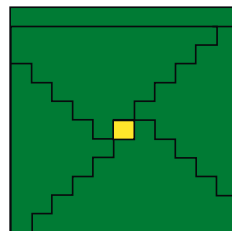
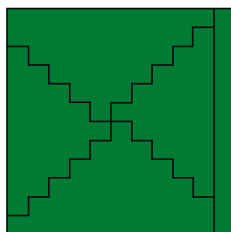
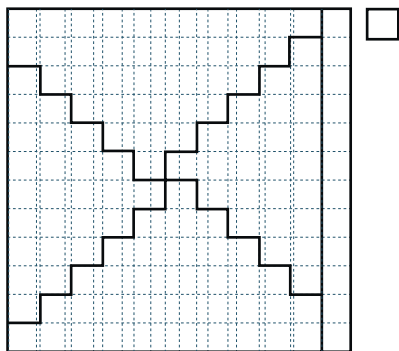
fig. 2



# Puzzle variants Variantes

Sketch plans  
Schémas

Solutions



7

# Link-a-Pix / Pixellage

Dave Green, Conceptis Ltd.

## How to play

→ Observe the first picture below (fig. 1). Apart from the 1's, any other number is half of a pair with the same value and the same color. Your task is to join the pairs up so that the number of squares in the path is exactly the same as the numbers you are linking together.

So two 6's would be connected by a path of exactly six squares – the two squares at each end containing the numbers plus four squares in between. The paths must not cross each other or themselves, and so the solution to each path will be unique (fig. 2).

The best way to start is with the 1's, 2's and the 3's by drawing a line across each cell of the path. This must be done only for paths which you are logically sure are right. The process is then continued for the 4's, 5's and the higher numbers. The filling in can be done later after the paths have been completed. The final coloring reveals an image (here, an eye, see fig. 3).

## Comment jouer

→ Nous vous présentons ici un nouveau casse-tête visuel. Examinez la première image ci-dessous (fig. 1). Excepté les 1, tous les autres nombres ont un double de même valeur et couleur. Votre mission : relier les paires de nombres de façon à ce que le nombre de carrés qui les séparent soit identique à la valeur des nombres reliés.

Ainsi, deux 6 seront connectés par un chemin ayant exactement 4 carrés (4 carrés + les 2 carrés dans lesquels sont inscrits les nombres à connecter = 6). Les carrés doivent former un chemin continu (fig. 2).

Commencez par relier les nombres les plus petits en traçant une ligne de couleur passant par chaque carré du chemin susceptible de les relier; puis, continuez l'opération jusqu'aux nombres plus élevés. Une fois seulement que vous êtes sûr de votre fait, remplissez les carrés de la couleur indiquée pour faire enfin apparaître une image (ici un oeil, voir fig. 3).

fig. 1



fig. 2

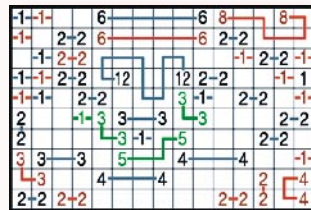


fig. 3





It's your turn! Following the instructions on the previous page solve the puzzle below.

A vous de jouer! Résolvez le puzzle ci-dessous en suivant les instructions de la page précédente.

16			3			2	2	13					2			6	16	3	3	3	2	2						
	16		3	2				10		13	7	10	2							3	3							
4				2	16					7			15		5	5		3	3		3	16						
		4	9					9	7				3	2	2	4		6		2	2							
			8					8		7	2	2	1	3			12	4			1	3	3	3				
			2	6	6			3	7			1	1			1	4	15			3	3	3					
6	6	2		4	5	3	12						11	1	1		1				2	2		2				
					5			3	7				8	1	1	1	4	9	4			2	2	2				
			6	4	6			3	11		2	8		3	1	6	1	12			2	2	15	2	2			
4	4	4					5			5	2	10	10			3		6		9	2	2	1					
16			12	12	5	5		10	3			4			3	3	10	10			1			9				
		4	4						3			3	4						5			5	15					
5		7	4				12			3				10	7	4		4			5	10		5	7			
5		3	13	7				7				10	8				7	10	10		3	10	6		6			
		3			10													2	2		3			4	4	9		
7	3			7				18					8						16						7	3		
3				7			18									1	4			1	5				3			
6					5			10	2	14		10	10						4						1	3	3	
12			5		13	8	5		2					12			10		5			12	11					
	6	12		5	10	7					4		11		1	11	6	4	11				12			16		
									2					13					4	1						3	1	
12	2					14		2							3		16		3		1	4				3		
	2	4	1							4									16	3					7	7	16	
		10	4				14		10				2	10	3				3	3	4	5	7	6				
										14			2	13					6	6	4	5				3		
		12	15	2		7	8			16			10	12	12	6	3	3	3	4				3	6			
				2	5	5		15				10	10	4		4		4		4	12	4						
				4				4	16		4			4	2	4		4	4			3				5		
4	4			4				4		4	4	4		4	2	4		4	4					6	3	16	5	5
		4	4				2	2				2	2				10			6	3		3	5			6	
		4		7			7		4		4						9	6					4					
			9	4	12		12	2		4	1	9			4	1	4	2		3	3	6					10	
		9					2		5		3	1	7	7		7	4	2	3	5	3	4		3	3	4	6	
3	1	3					4	5	4	4			4		4	2		4	1	5			3	3	3	2	2	
3		3	1	2	2	4	2	2		1	4	3	2	2	7			2	4	1	1	1		10	3	4	2	

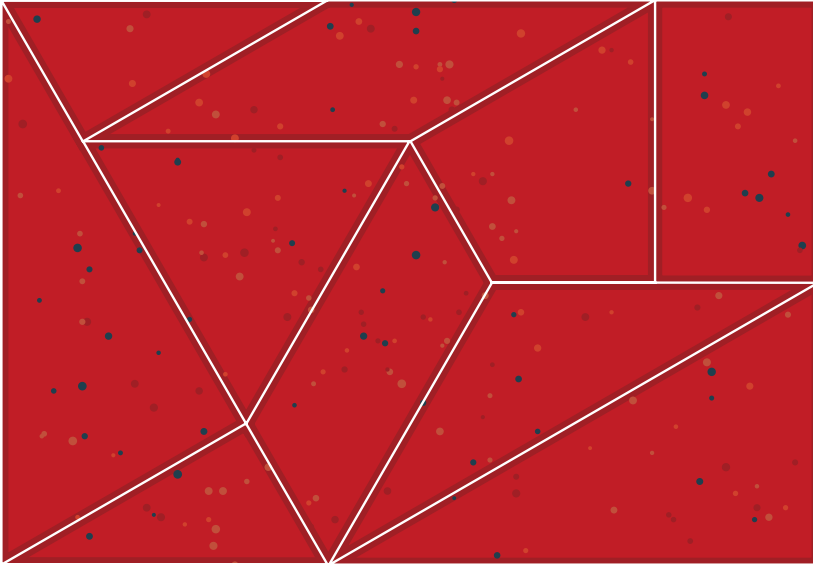


© Conceptis Puzzle

2101708

(solution: page 48)

# Geotemplet Puzzle



### A fancy rectangle...

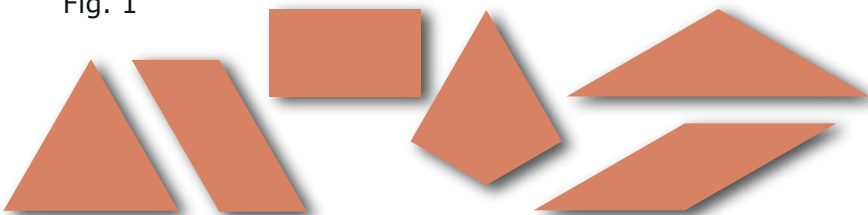
→ A Geotemplet puzzle is a set of 10 geometric shapes: 2 small right triangles, 6 convex polygons (all having the same area, fig. 1), and 2 large right triangles. The sides of the rectangular set measure 4 and  $10/\sqrt{3}$  units. Thus the ratio of the sidelengths is not, as in most of the Tangram-like puzzles, rational, but 'irrational'.

Geotemplet puzzle is a great math thinking motivator for your classroom and a useful manipulative for exploring and teaching the basic concepts in geometry.

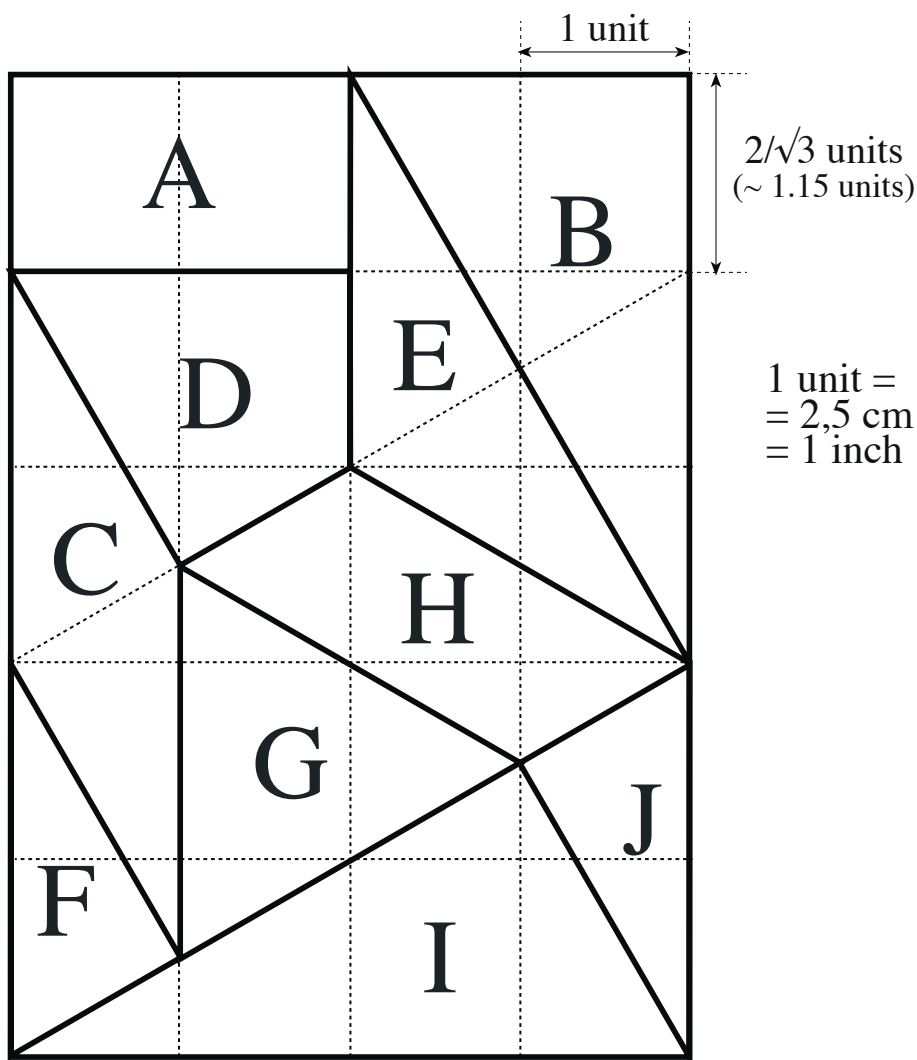
### Un rectangle problématique...

→ Geotemplet est un puzzle composé de 10 formes géométriques (dont 6 ont la particularité d'avoir la même aire, voir fig. 1). C'est un outil didactique très utile pour l'étude des polygones convexes. Les côtés du puzzle, dans sa position de départ, mesurent 4 et  $10/\sqrt{3}$  unités. Le rapport longueur-largeur du jeu n'est pas rationnel comme dans la plupart des jeux d'assemblage, mais 'irrationnel'.

Fig. 1



## Sketch Plan Fiche Technique



1 unit =  
= 2,5 cm  
= 1 inch

Suggested dimension of the puzzle:

4 x 5.75 x 0.5 inches

Dimensions conseillées du jeu :

10 x 14,4 x 1 cm

### A Geotemplet is composed of:

- 1 rectangle A
- 2 large right triangles B and I
- 2 small right triangles F and J
- 1 kite D
- 2 different parallelograms C and H
- 1 equilateral triangle G
- 1 isosceles triangle E

### Geotemplet se compose de :

- 1 rectangle A
- 2 grands triangles rectangles B et I
- 2 petits triangles rectangles F et J
- 1 cerf-volant D
- 2 parallélogrammes C et H
- 1 triangle équilatéral G
- 1 triangle isocèle E

### Basic direction

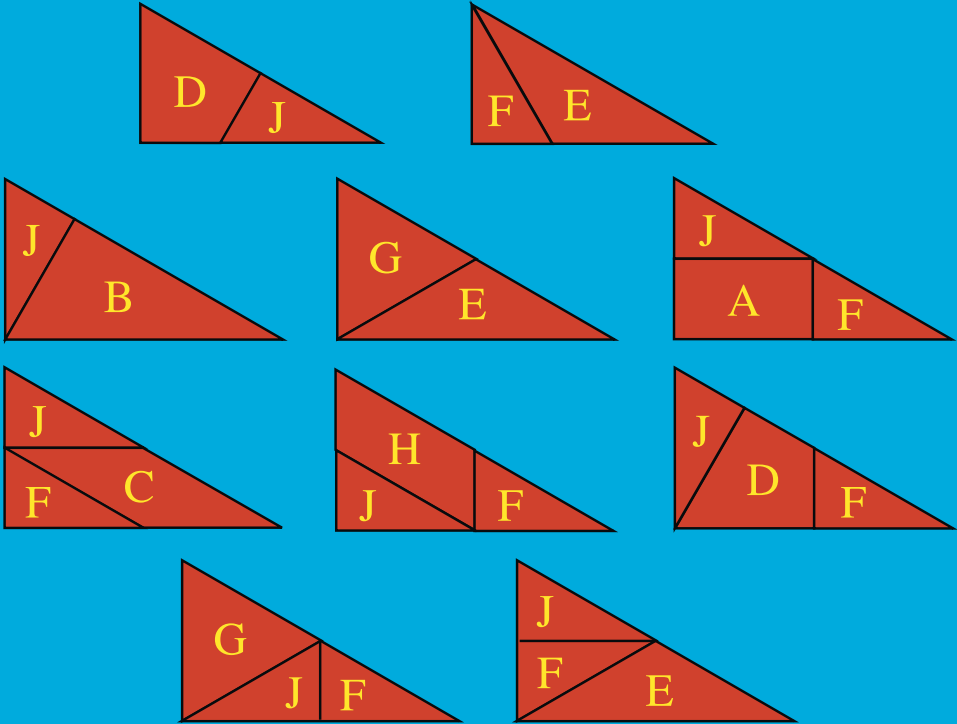
Copy and cut out the 10-piece puzzle above.

### Instructions

Recopiez le puzzle et découpez les 10 pièces du jeu.

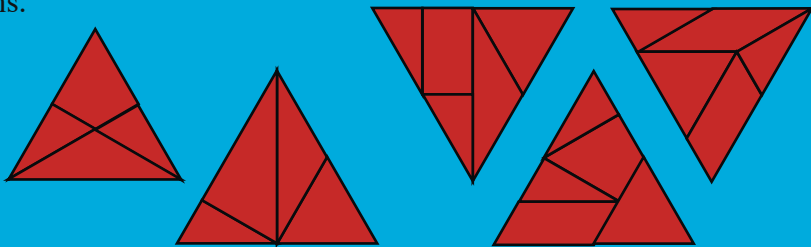
Represented below are the 10 different ways to form right triangles with 2 or 3 Geotemplet puzzle pieces.

Ci-dessous sont représentées les 10 façons de réaliser un triangle rectangle avec 2 ou 3 pièces du jeu Geotemplet.

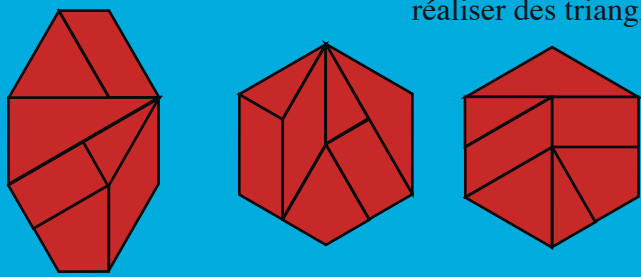


12

The puzzle pieces allow you to reproduce isosceles triangles and hexagons.



Le puzzle permet également de réaliser des triangles isocèles et des hexagones.



## Shapes to match / Figures à reproduire

→ Try to make each figure shown below using all 10 pieces of a Geotemplet puzzle.

→ Reproduisez avec les 10 pièces du puzzle Geotemplet les figures ci-dessous.

### More challenges...

a) Is it possible to make a large equilateral triangle using all 10 pieces?

b) How many convex figures can be formed using all 10 pieces?

Send us your answers!

### Epreuves supplémentaires

a) Est-il possible de former un triangle équilatéral avec les 10 pièces du jeu ?

b) Combien de polygones convexes peut-on réaliser avec ce jeu ?

Envoyez-nous vos réponses !





## Solutions



Some interesting math relations between the puzzle pieces  
 Quelques relations mathématiques intéressantes  
 avec les pièces du jeu

Pieces F & J	Piece A	Piece D	Piece G	Piece H
<p> <math>a &gt; b</math>  <math>a = 2b/\sqrt{3}</math>  <math>b = a\sqrt{3}/2</math> </p>				
Perimeter : $3a/2$ with "a" $a(3 + \sqrt{3})/2$ with "b" $b(1 + \sqrt{3})$	$a + 2b$ $a(1 + \sqrt{3})$ $2b(1 + 1/\sqrt{3})$		$3a$ $2b\sqrt{3}$	
Area : $a^2\sqrt{3}/8$ or $b^2/2\sqrt{3}$	$a^2\sqrt{3}/4$ or $b^2/\sqrt{3}$			
Piece C	Piece E	Pieces B & I		
Perimeter : $2(a + b)$ with "a" $a(2 + \sqrt{3})$ with "b" $2b(1 + 2/\sqrt{3})$	$3(a/2 + b)$ $3a/2(1 + \sqrt{3})$ $3b(1 + 1/\sqrt{3})$			
Area / Aire : $a^2\sqrt{3}/4$ or $b^2/\sqrt{3}$	$3a^2\sqrt{3}/4$ or $b^2\sqrt{3}$			
Global perimeter : $5a + 4b$		Global area : $5a^2\sqrt{3}/2$ or $10b^2/\sqrt{3}$		

## Matching Puzzle / La Paire

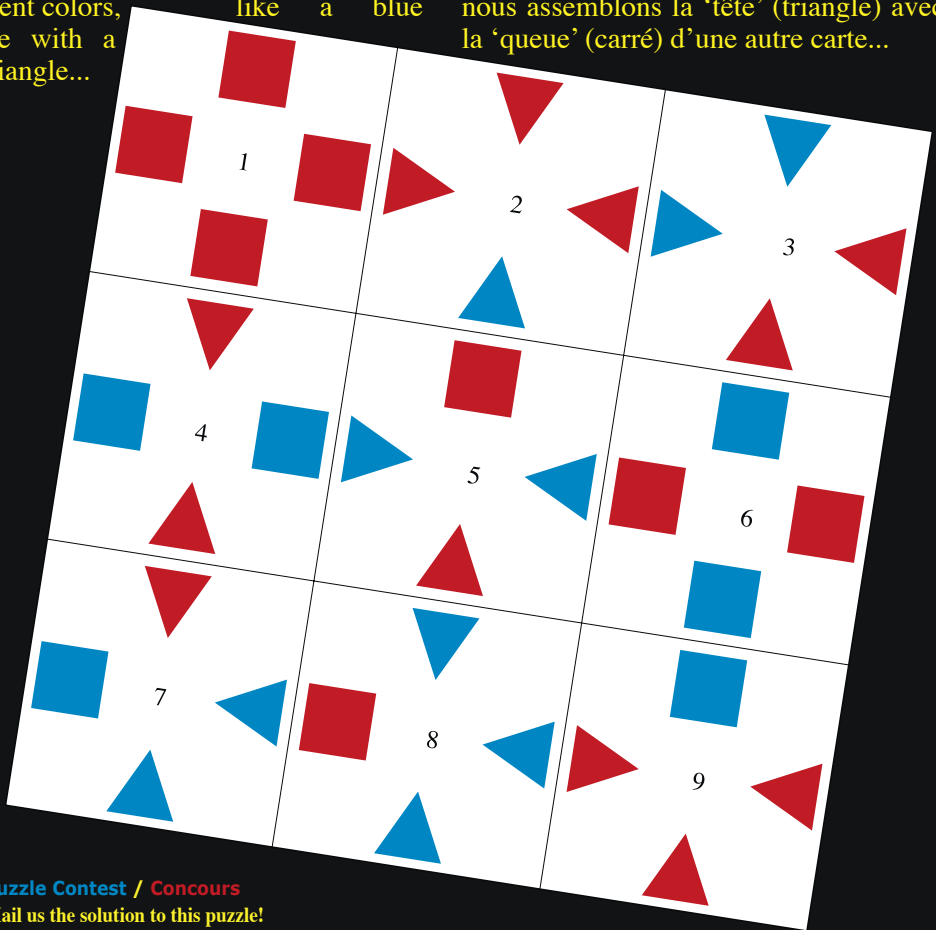
Jacques Haubrich

→ Glue a copy of the puzzle below onto thin cardboard and cut along the lines to obtain 9 cards. Then assemble the cards in such a way that the pictures at both sides of the card edges match: blue triangle to blue triangle, red square to red square, and so on. Not so easy and there is only one (magical!) solution. As such, the cards are used for solving an edge matching puzzle. But: the same cards can be used for a few other challenges...

Try to assemble a little 'house' at all the edges: a red square to a red triangle (▲) and a blue square to a blue triangle. This way, a 'head' (triangle) matches with a 'tail' (square) and the puzzle is now a heads and tails puzzle. These cards allow more heads and tails puzzles: one is building 'houses' consisting of two different colors, like a blue square with a red triangle...

→ Collez une copie du puzzle ci-dessous sur du bristol et découpez-en les 9 carrés. Essayez ensuite d'assembler les 9 cartes en appariant les symboles sur les côtés des carrés : le triangle rouge avec le triangle rouge d'une autre carte, etc. Ce n'est pas aussi simple que cela en à l'air (dans ce cas, il n'y a qu'une seule solution "magique").

Avec ces mêmes cartes, vous pouvez réaliser d'autres défis comme, par exemple, assembler les cartes de manière à ce que les symboles forment une petite maison d'une même couleur (un triangle rouge avec le carré rouge d'une autre carte : ■▲); ou une maison ayant 2 couleurs (un triangle rouge avec un carré bleu d'une autre carte). Ce genre de jeu se nomme "heads and tails puzzle", car nous assemblons la 'tête' (triangle) avec la 'queue' (carré) d'une autre carte...



### Puzzle Contest / Concours

Mail us the solution to this puzzle!

A prize will be awarded to the first 5 entrants providing the right answer.

Envoyez-nous vos solutions !

Les 5 premiers participants, qui auront envoyé la bonne réponse, recevront un prix.

(ARCHIMEDES Redaction, CP 1700, 16100 Genova Centro, Italia)

## Nombres de Fibonacci Numbers

### Builder Numbers

→ The sequences of natural numbers and especially the recursive and related number sequences have astonishing properties which can be used in architecture or... for creating paradoxical puzzles!

Mathematical sequences are families of numbers arranged in a logical and orderly fashion. The numbers of a sequence are called "terms". The most common sequence is the natural numbers sequence: 1, 1, 2, 3, 4 and so on... The *recursive* number sequences are a little bit different, because each term of these sequences depends directly upon the preceding terms. A very known one is the Fibonacci sequence, each term of which is the sum of the two immediately preceding terms: **1, 1, 2** (1 + 1), **3** (1 + 2), **5** (2 + 3), **8** (3 + 5), etc. (see fig. 1 below). Fibonacci numbers occur frequently in nature (shape of snail shells, heads of sunflowers...).

### Les nombres bâtisseurs

→ La suite des nombres entiers naturels et, surtout, les suites définies par récurrence ont des propriétés étonnantes très utiles pour fabriquer des puzzles paradoxaux !

Une "suite" en mathématiques est une famille de nombres qui se suivent selon un ordre logique. On appelle "terme" chaque nombre de cette suite. Il existe beaucoup de suites; une des plus simples est celle des nombres entiers naturels : 1, 2, 3, 4, 5, etc. Les suites définies par récurrence sont un peu différentes, car chaque terme de ces suites dépend directement des termes qui le précèdent. La plus connue est la suite de Fibonacci dont chaque terme est la somme des deux termes précédents : **1, 1, 2** (1 + 1), **3** (1 + 2), **5** (2 + 3), **8** (3 + 5), etc. (voir fig. 1 ci-dessous). Les nombres de Fibonacci se retrouvent dans la structure des coquillages ou dans l'agencement des graines des fleurs de tournesol.

fig. 1

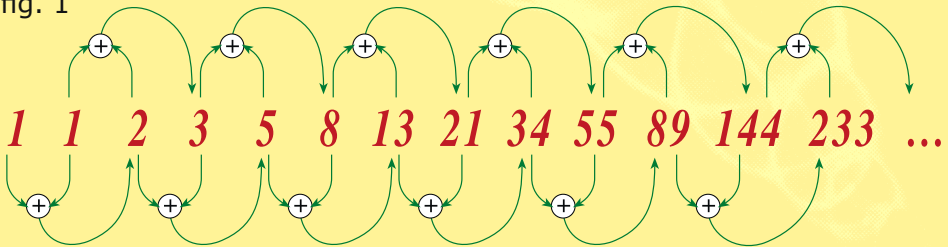
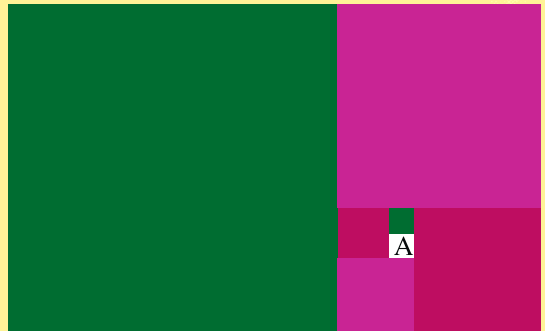


fig. 2

The rectangle opposite, made up of larger and larger squares arranged in spiral fashion, graphically represents the Fibonacci sequence. The square A has a sidelength of 1 unit.

Le rectangle ci-contre, réalisé à partir d'un arrangement de carrés, est une représentation graphique de la suite de Fibonacci.



# Sketch Plan Fiche Technique

## Basic direction

→ To make your *paradoxical puzzle* you have first to choose 4 numbers in any table below which will allow you to create the basic dimensions of the puzzle. Each table is composed of 2 sequences, the terms of which are binded by a zigzag seam. So, you have only a choice of 4 numbers directly binded with this broken line. We suggest you choose numbers neither to high, nor to small, for example: in the table A, **5, 6, 6** and **7**; or in the table F, **3, 4, 5** and **7**...

## Instructions

→ Pour réaliser votre *puzzle paradoxal*, il vous faudra d'abord choisir 4 nombres dans une des tables ci-dessous, reliés directement par une "couture" en zig-zag (comme vous pouvez le constater, chaque table se compose de 2 suites naturelles ou récurrentes reliées par une ligne brisée). Nous conseillons toutefois de prendre des nombres ni trop grands, ni trop petits; par exemple dans la table A : **5, 6, 6**, et **7** ou dans la table F : **3, 4, 5** et **7**...

Table A natural numbers sequences	<table border="1"> <tr><td>...</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td><td>...</td></tr> <tr><td>...</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td><td>11</td><td>...</td></tr> </table>	...	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	...	...	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	...
...	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	...														
...	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	...														
Table B natural and odd numbers sequences	<table border="1"> <tr><td>...</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td><td>...</td></tr> <tr><td>...</td><td>1</td><td>3</td><td>5</td><td>7</td><td>9</td><td>11</td><td>13</td><td>15</td><td>17</td><td>19</td><td>...</td></tr> </table>	...	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	...	...	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	...
...	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	...														
...	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	...														
Table C natural and odd numbers sequences	<table border="1"> <tr><td>...</td><td>3</td><td>5</td><td>7</td><td>9</td><td>11</td><td>13</td><td>15</td><td>17</td><td>19</td><td>21</td><td>...</td></tr> <tr><td>...</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td><td>...</td></tr> </table>	...	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21	...	...	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	...
...	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21	...														
...	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	...														
Table D Fibonacci sequences	<table border="1"> <tr><td>...</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>5</td><td>8</td><td>13</td><td>21</td><td>34</td><td>55</td><td>89</td><td>...</td></tr> <tr><td>...</td><td>2</td><td>3</td><td>5</td><td>8</td><td>13</td><td>21</td><td>34</td><td>55</td><td>89</td><td>144</td><td>...</td></tr> </table>	...	1	2	3	5	8	13	21	34	55	89	...	...	2	3	5	8	13	21	34	55	89	144	...
...	1	2	3	5	8	13	21	34	55	89	...														
...	2	3	5	8	13	21	34	55	89	144	...														
Table E Fibonacci sequences	<table border="1"> <tr><td>...</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>5</td><td>8</td><td>13</td><td>21</td><td>34</td><td>55</td><td>89</td><td>...</td></tr> <tr><td>...</td><td>3</td><td>5</td><td>8</td><td>13</td><td>21</td><td>34</td><td>55</td><td>89</td><td>144</td><td>233</td><td>...</td></tr> </table>	...	1	2	3	5	8	13	21	34	55	89	...	...	3	5	8	13	21	34	55	89	144	233	...
...	1	2	3	5	8	13	21	34	55	89	...														
...	3	5	8	13	21	34	55	89	144	233	...														
Table F Fibonacci and Lucas sequences	<table border="1"> <tr><td>...</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>5</td><td>8</td><td>13</td><td>21</td><td>34</td><td>55</td><td>89</td><td>...</td></tr> <tr><td>...</td><td>1</td><td>3</td><td>4</td><td>7</td><td>11</td><td>18</td><td>29</td><td>47</td><td>76</td><td>123</td><td>...</td></tr> </table>	...	1	2	3	5	8	13	21	34	55	89	...	...	1	3	4	7	11	18	29	47	76	123	...
...	1	2	3	5	8	13	21	34	55	89	...														
...	1	3	4	7	11	18	29	47	76	123	...														

# Making the puzzle

## Réalisation du casse-tête

### Let's start...

→ Take a sheet of cross-ruled paper and draw a cross on it following the squarings (fig. 1). Select 4 numbers from on any table on the previous page according to the explanation, e.g. from table F you make a choice of the numbers **3, 4, 5** and **7**. Transfer the numbers to the axes (as shown in fig. 2 below).

### A vos crayons!

→ Prenez une feuille de papier quadrillé et dessinez-y une croix en respectant le tracé du quadrillage (fig. 1). Choisissez 4 nombres sur une des tables de la page précédente, prenez par exemple dans la table F : **3, 4, 5** et **7** et reportez-les sur les axes de la croix, comme illustré à la fig. 2 ci-dessous.

fig. 1

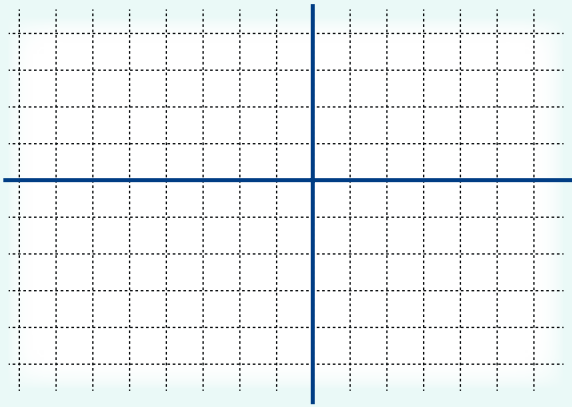
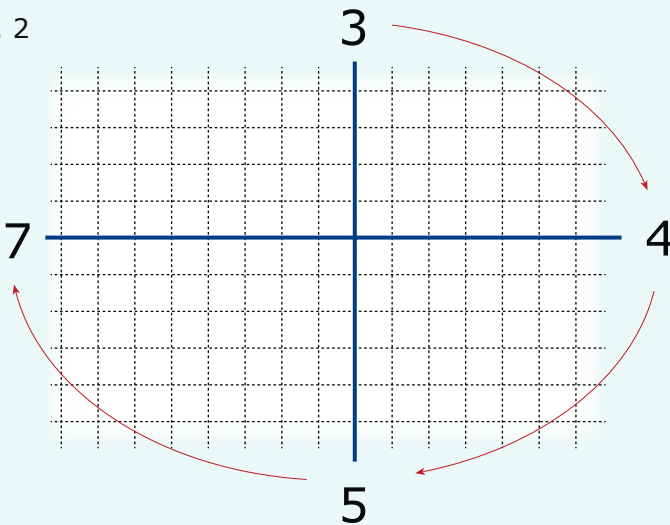


fig. 2





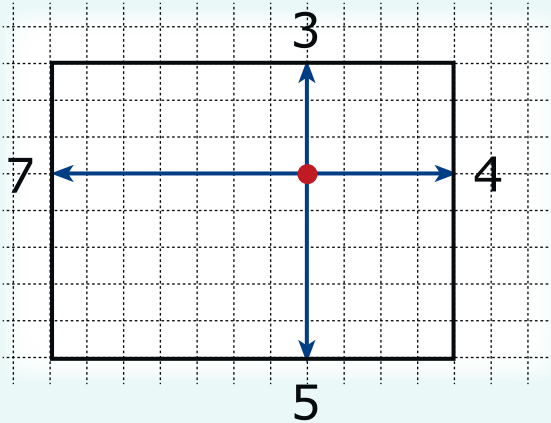
Give each segment of the axes the length in unit squares equal to the number you have assigned to it and trace perpendiculars at each end of the cross.

A partir du centre de la croix, comptez sur chaque axe le nombre de carrés équivalent à chacun des nombres reportés et tracez des perpendiculaires.

Actually, the 4 terms transferred on to the axes are measures from the center of the cross in unit squares which define the sides of a rectangle or a square, as shown in fig. 3

Les 4 termes sont en fait des mesures en unités de carrés qui délimitent, à partir du centre de la croix, les côtés d'un rectangle (ou d'un carré) comme illustré en fig. 3.

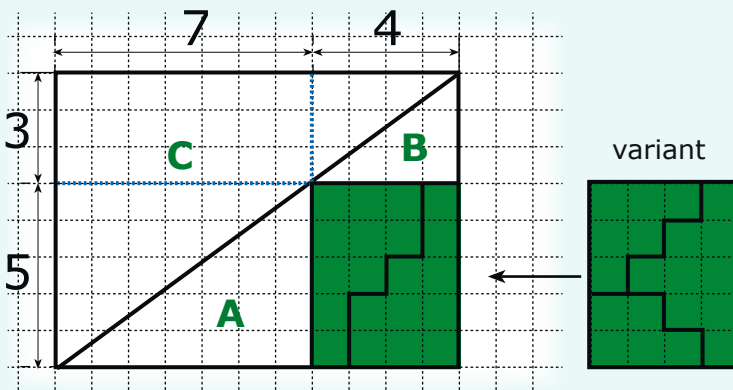
fig. 3



Now divide your rectangle by a diagonal. Respecting the squaring of the sheet, draw into the small rectangle under the diagonal (in green, see fig. 4) types of L-shaped or staircase-shaped elements. You will understand why in the following pages. You have to study several variants and make trials in order to realize which pieces work the best.

Tracez une diagonale. Puis, en respectant le quadrillage, subdivisez le rectangle sous la diagonale (en vert, fig. 4) en éléments en forme de L ou en forme d'escalier (reportez-vous à la page suivante pour des compléments d'information). Plusieurs variantes avec essais et ajustages sont nécessaires avant de parvenir à un bon résultat.

fig. 4



A, B, C = right triangles / triangles rectangles

## Final touch

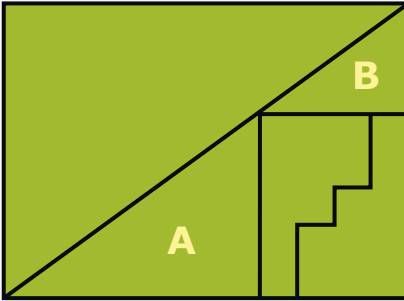
### To end...

→ Finally, your paradoxical puzzle is ready to be reproduced and experimented with... Make sure it really works before you make it of wood! The interesting side of this kind of puzzle is the apparition of a square space when 2 triangles of the puzzles are permuted. Magic?

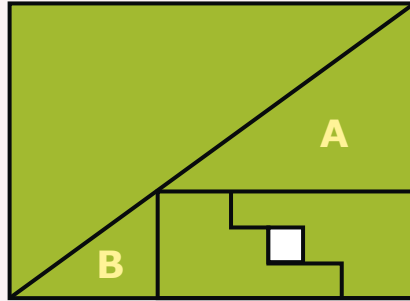
### Présentation finale

→ Voici comment devrait se présenter le puzzle prêt à être joué (fig. 5, ci-dessous), avec une suggestion pour parfaire la présentation du jeu. Le côté intéressant de ces casse-tête est l'apparition d'un espace carré, lorsque l'on permute deux de leurs pièces triangulaires...

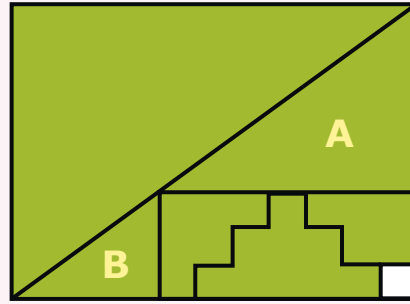
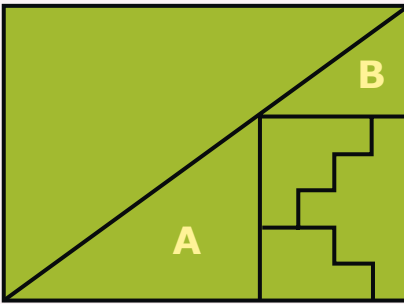
fig. 5 initial arrangement



final arrangement



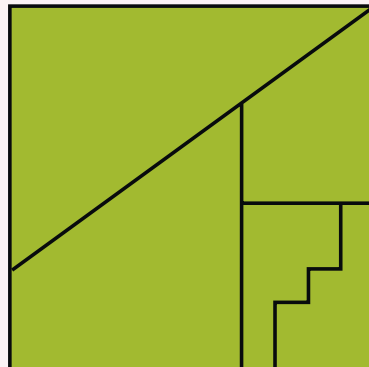
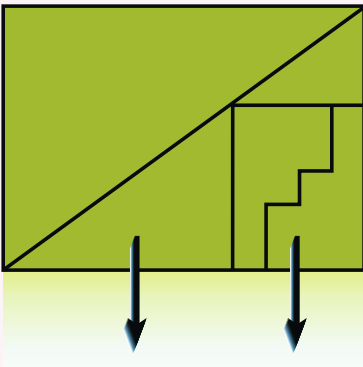
### Variant



You can enhance the appearance and the level of difficulty of your puzzle by extending the triangular pieces of the game as shown below.

Vous pouvez améliorer la présentation et la difficulté du jeu en prolongeant les deux pièces triangulaires, comme illustré ci-dessous (fig. 6).

fig. 6



## How does the paradox work? Explication du paradoxe

### Where does the extra space spring from?

→ Why does a square space appear when triangles A and B of the puzzle in fig. 5 on the previous page are permuted? This is because the diagonal of the rectangular puzzle does not coincide exactly with the sides of the triangular pieces. The triangles A and B of the puzzle have side ratios which seem equal:  $5/7 \approx 3/4$  ( $0,714... \neq 0,75$ ), but in fact they are not. Thus, the triangles aren't similar and neither do they have the same slope, even if they seem aligned on the same diagonal. If you superimpose the initial arrangement of the triangles on top of the final arrangement (when the triangles are permuted), you would see tiny fitting differences on the diagonal (see fig. 7 below, which is amplified to demonstrate the real situation).

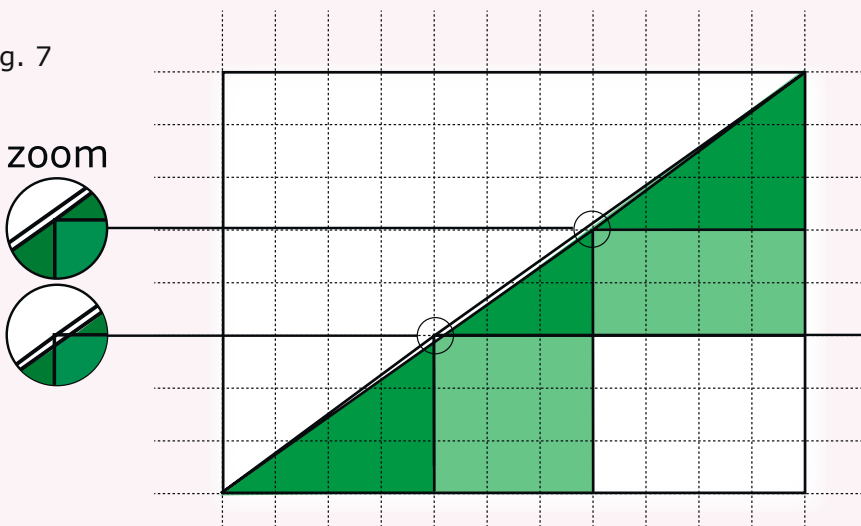
So, nothing disappears, the area of the small square is just redistributed in the elongated parallelogram on the diagonal of the rectangular puzzle...

### Où se niche l'espace fantôme ?

→ Il est facile de constater que les 2 triangles rectangles qui composent chaque puzzle paradoxal n'ont pas de côtés proportionnels entre eux. En acceptant les mesures (en nombres entiers) des triangles A et B du puzzle à la fig. 5 de la page ci-contre, nous avons les proportions suivantes : pour A,  $5/7$  et pour B,  $3/4$ . Les proportions, bien que "proches", ne sont pas identiques ; en effet :  $5/7 \approx 3/4$  ( $0,714... \neq 0,75$ ), les deux triangles ne sont donc pas semblables et ne possèdent pas la même "pente", bien qu'ils semblent alignés sur la même diagonale... Six centièmes suffisent pour nous induire en erreur !

Or, si nous pouvions prendre une "photo" des triangles A et B avant et après permutation, et que nous superposions ces deux images, nous pourrions percevoir de légers dépassements sur la diagonale du puzzle rectangulaire. Cette différence, un parallélogramme effilé, n'est autre que l'unité au carré fantôme (fig. 7) !

fig. 7

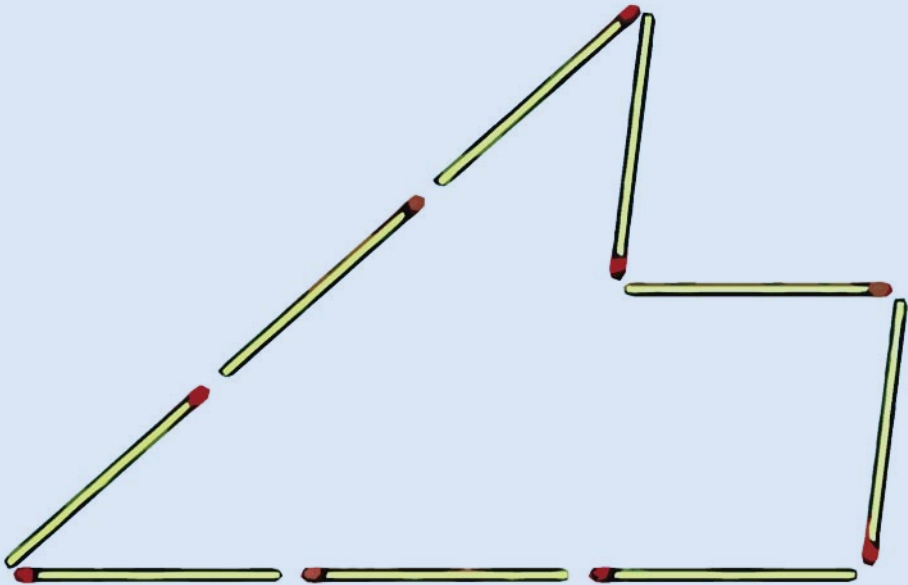


# The Shoe / La Pantoufle

Serhiy Grabarchuk

→ Divide the 'shoe' below with two matchsticks into two parts of the same area. You have to use the matchsticks with no loose ends. Breaking, cutting or overlapping of the matchsticks is not allowed.

→ En plaçant judicieusement 2 allumettes, partagez la "pantoufle" ci-dessous en deux polygones ayant la même aire. Vous devez employer des allumettes entières se touchant bout à bout.



(Solution: page 48)

### Small math doses

You and a friend wish to share a pizza... What is the fair way to split it? Answer: one cuts, the other chooses!

### Une touche de maths

Comment partager une pizza équitablement avec un ami ? Réponse : l'un découpe et l'autre choisit !

## Optical motion Illusions cinétiques

### Apparent movement

→ How can we create the illusion of motion with geometric and static images? There is a branch of modern art named 'optic'art' which is concerned with such optic effects.

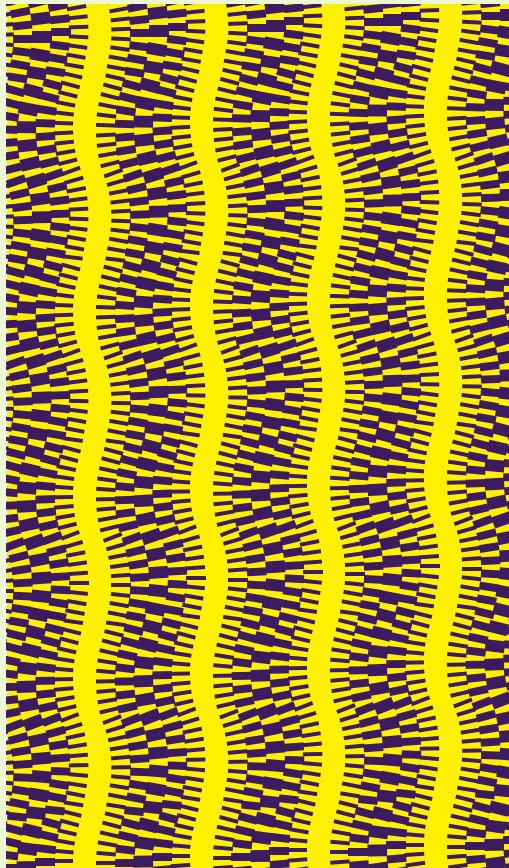
A lot of different methods can be used to realize the illusion of motion. We can play with optical contrasts (clear/dark, vertical/horizontal, etc.) to create a perturbation, like a visual overload perturbing the retinal circuits, which can make our eyesight flicker. In this case, the illusory alternating dark and bright spots may be considered as moving 'fluid' (see picture below).

### Eppur si muove...

→ Comment créer l'illusion du mouvement avec des images géométriques, qui plus est, statiques ? Il existe une branche de l'art moderne, que l'on appelle "optic'art", qui traite des effets optiques de ce genre.

On peut employer différentes méthodes pour réaliser l'illusion du mouvement. Nous pouvons jouer sur des contrastes : clair/foncé, horizontal/vertical, pour créer un dérangement visuel qui induit l'apparition de taches claires et foncées en alternance produisant un effet "chenillard" (voir figure ci-dessous).

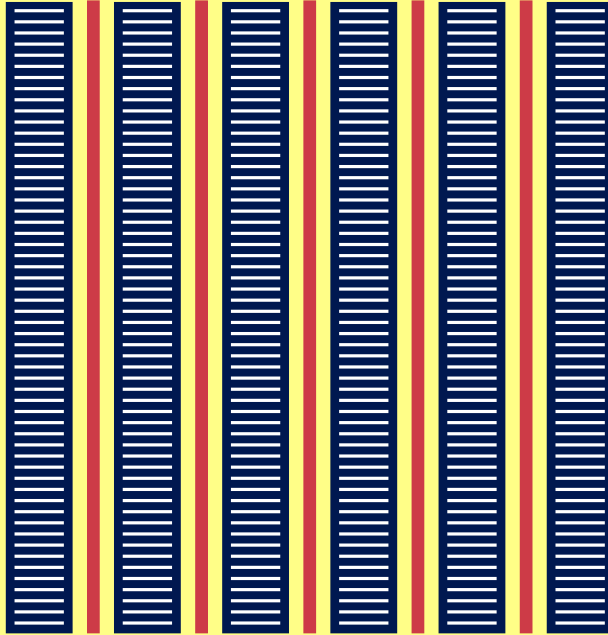
The yellow curved lines seem to vibrate and blink up and down



Un fluide semble traverser et faire vibrer les lignes sinusoïdales jaunes



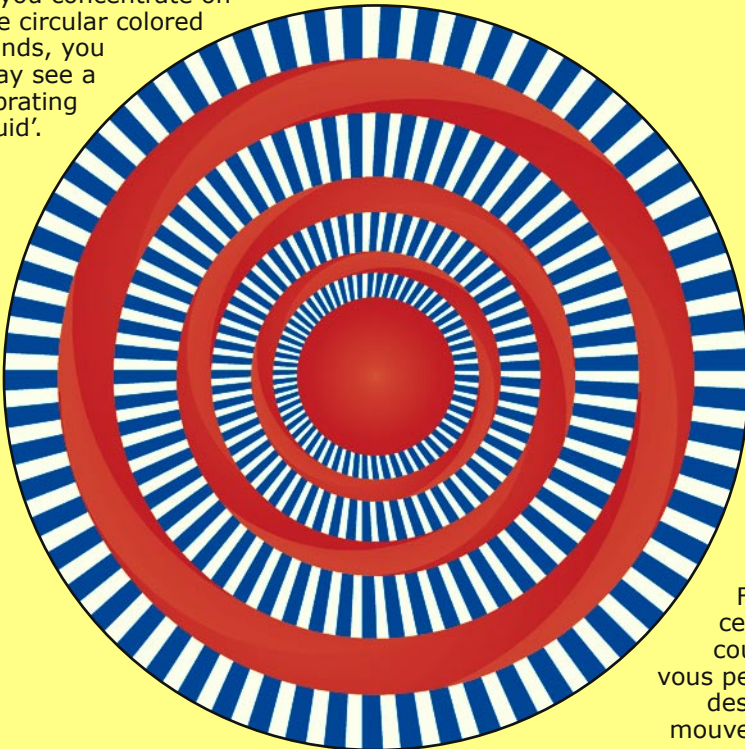
Do the orange lines twist up and down?



Les lignes orange se tortillent-elles de haut en bas ?

**Phantom movements caused by after-image effects**

If you concentrate on the circular colored bands, you may see a vibrating 'fluid'.



Fixez les cercles de couleur, et vous percevrez des flux en mouvement...

## Optical motion (2) Illusions cinétiques (2)

### Floating images

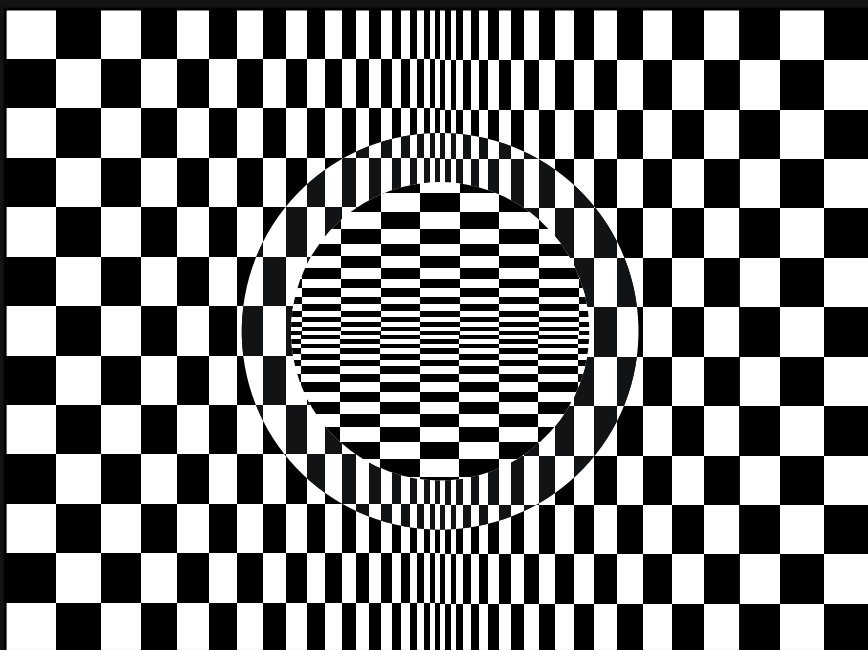
→ Observe the image below. Now, concentrate on the central disc, while shaking the image slightly. The circular shape in the middle appears to separate from the rest of the picture and levitate above the chequered background...

What's going on? Actually, when you make eye movements while following the figure, you may induce illusory motion at the edges of the central shape due mainly by the delay of readaptation of your retina caused by the visual contrasts of the shape and its background (vertical lines/horizontal lines, dark/bright, etc.).

### Images flottantes

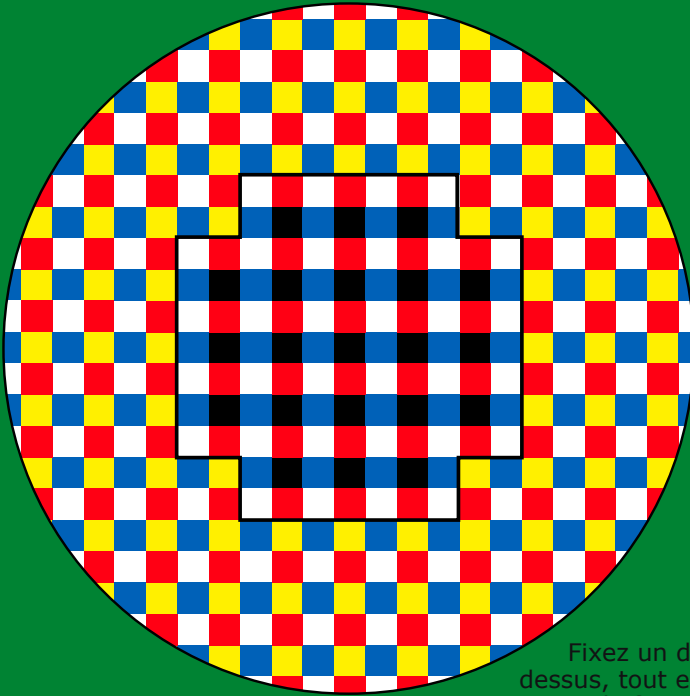
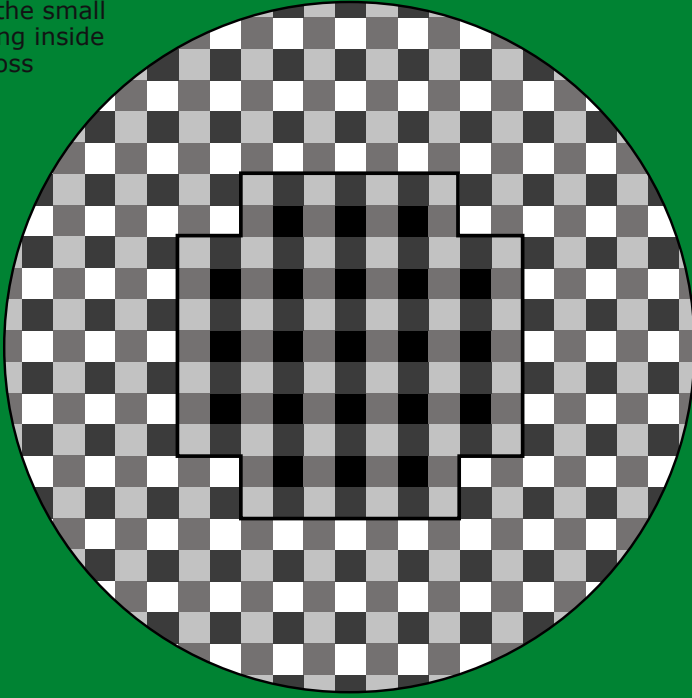
→ Considérez l'image ci-dessous... Concentrez-vous sur le disque central en remuant légèrement la page. Ce dernier semblera ainsi se séparer du reste de l'image en se soulevant comme par lévitation au-dessus du fond à damier...

Que se passe-t-il ? En fait, lorsque vos yeux suivent l'image pendant que vous la remuez, les bords du disque provoquent sur votre rétine un léger retard de réadaptation visuelle dû aux forts contrastes graphiques entre le disque et le fond de l'image (lignes verticales/lignes horizontales, clair/foncé, etc.) créant, de cette façon, un flottement illusoire.



(Drawing inspired by a design of Hajime Ouchi)

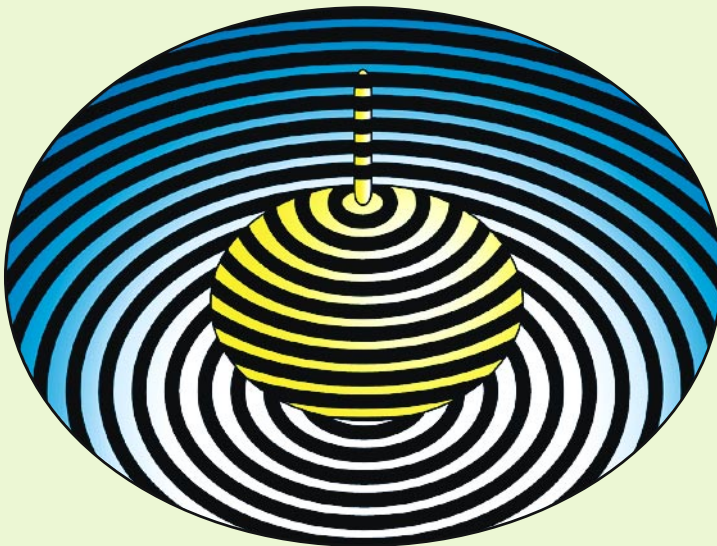
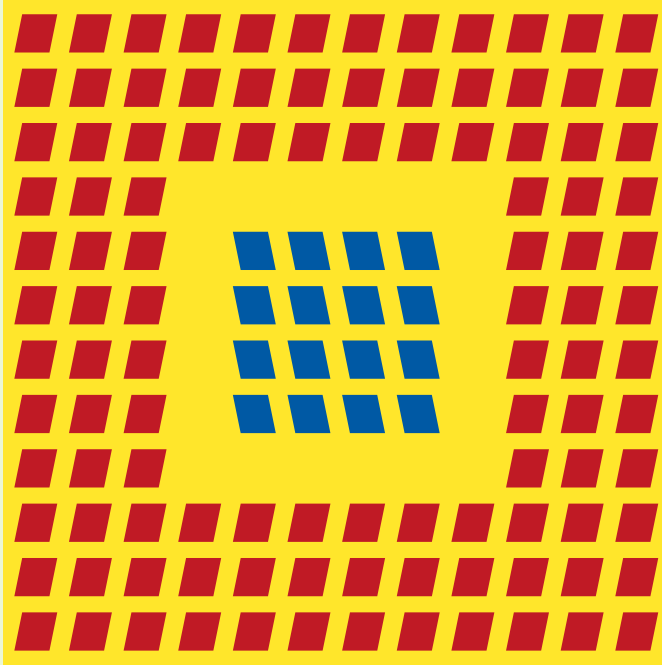
Concentrate on one of the discs below while slowly moving the page, you may see the small squares floating inside the central cross



Fixez un des disques ci-dessus, tout en bougeant la page de façon circulaire, et vous verrez glisser les petits carrés à l'intérieur de la croix

The inner blue field of  
the picture below starts  
moving if you shake the  
page slightly

Les rhombes bleus  
du centre sembleront  
flotter si vous secouez  
légèrement la page



← Move the picture from side to side  
to make the top spin  
Bougez la page de droite à gauche  
pour faire tourner la toupie →

## Optical motion (3) Illusions cinétiques (3)

### Rotational illusion

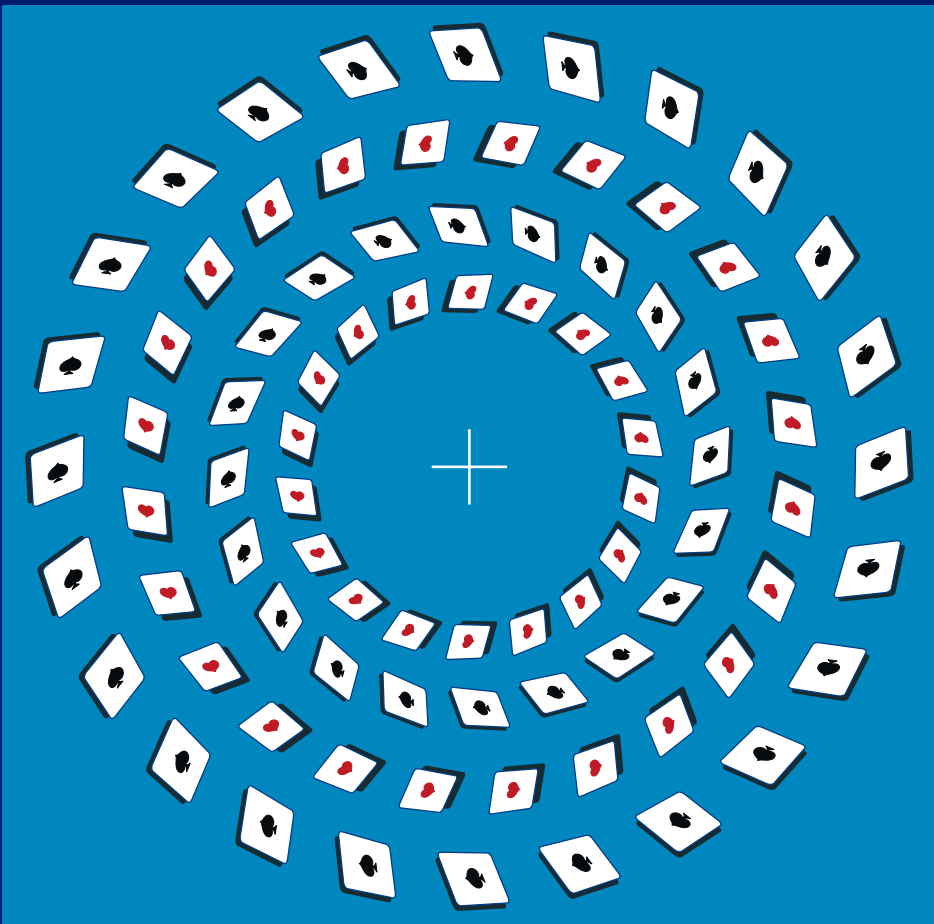
→ Some regular concentric objects (rhombi, geometric shapes, etc.) appear to rotate when we approach or move back from them while staring at the center of the whole image.

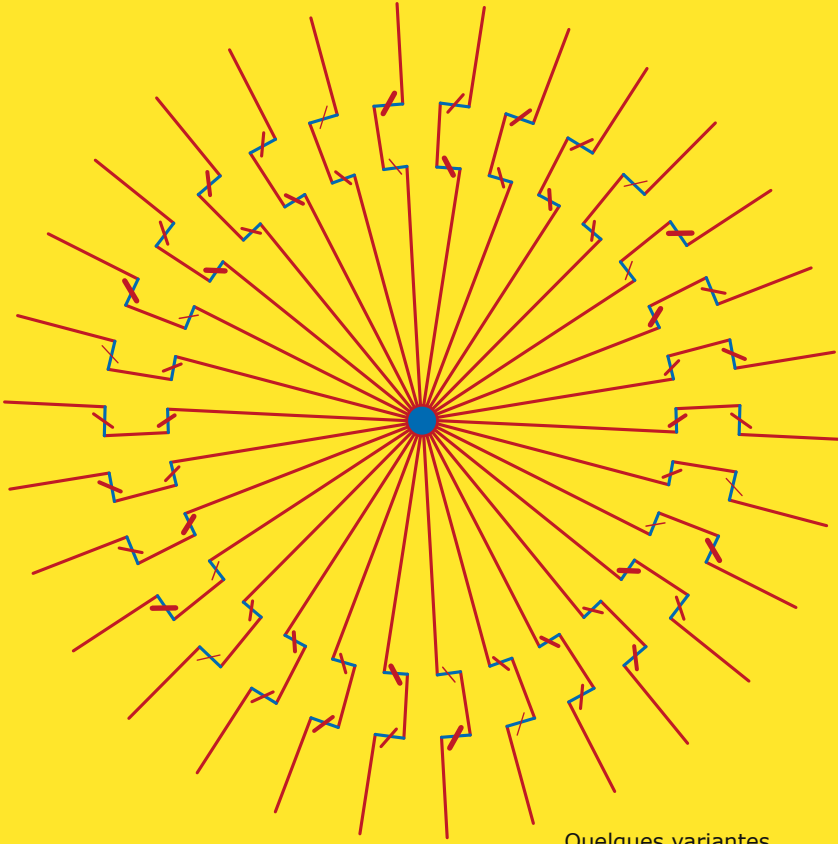
When you move your head backwards and forwards keeping the focus on the center cross of the image below, the circles formed by playing cards seem to rotate. This illusion was found in 1999 by the Italian scientists B. Pinna and G. Grelstaff. As in the previous illusions, the illusory rotational motion is produced by the delay of readaptation of your retina caused by the visual contrasts of the cards having different angular directions.

### Pseudo-rotations

→ Certaines formes régulières disposées en cercles semblent pivoter lorsque l'on approche ou l'on éloigne le regard de l'image générale, tout en fixant un point central.

Avancez ou éloignez votre tête de l'image ci-dessous en fixant la croix centrale, et vous verrez tourner les cercles formés par des cartes à jouer, chacun dans une direction. Cette illusion a été découverte par des scientifiques italiens B. Pinna et G. Grelstaff. Ici, également, entre en jeu le retard de réadaptation visuelle de votre rétine dû aux contrastes des cartes qui ont une orientation angulaire et une direction différentes.





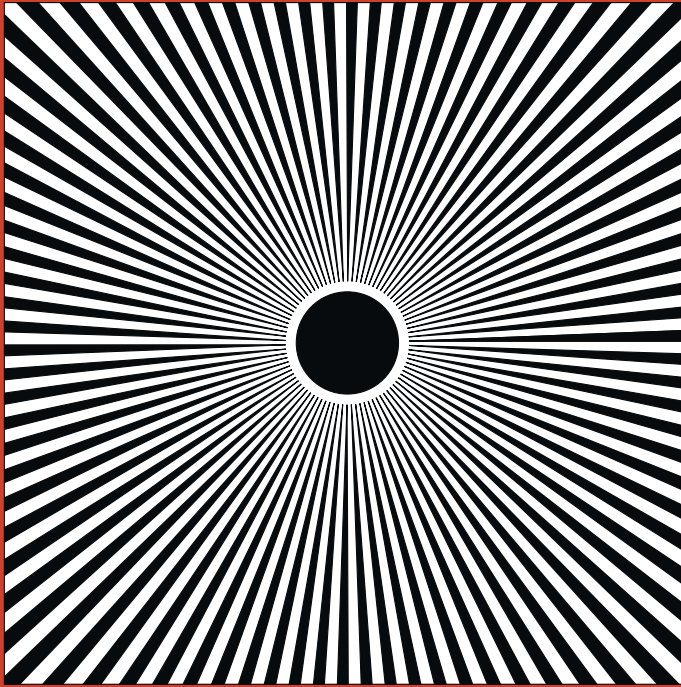
Variants

Stare at the center of one of the geometric pictures. Keeping your gaze fixed on the center, move your head backwards and forwards. The rings will appear to rotate in opposite directions.

Quelques variantes

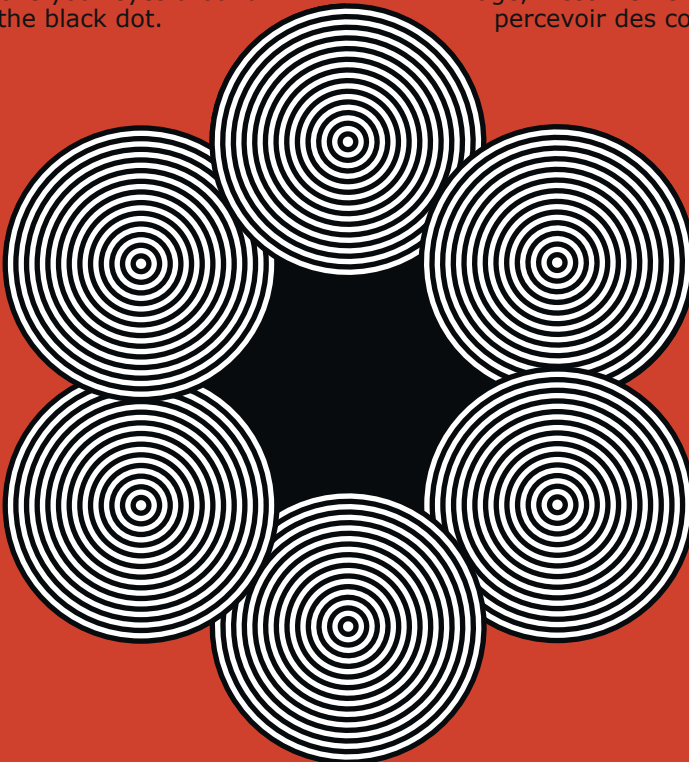
Fixez le centre d'une des deux figures de cette page. Puis, en gardant le regard fixé sur le centre de l'image, approchez ou éloignez votre tête de la page. Vous verrez alors les anneaux tourner dans des directions opposées.





Radial and concentric regular arrangements can also produce visual perturbations. Both images seem to vibrate when you move the page. In the first image you may even see colors if you move your eyes around the black dot.

Des lignes disposées radialement ou des cercles concentriques peuvent induire des perturbations visuelles. Les 2 images vibrent lorsque l'on remue la page. Dans la première image, il est même possible de percevoir des couleurs.





## Imhotep's Puzzle Le casse-tête d'Imhotep

### Basic direction

→ Make 4 copies of the puzzle pattern below. Then, cut out each puzzle and score along all fold lines to make the paper fold cleanly. Complete each pentahedron by glueing the flaps and assembling it. Now you have 4 pentahedrons!

### Instructions

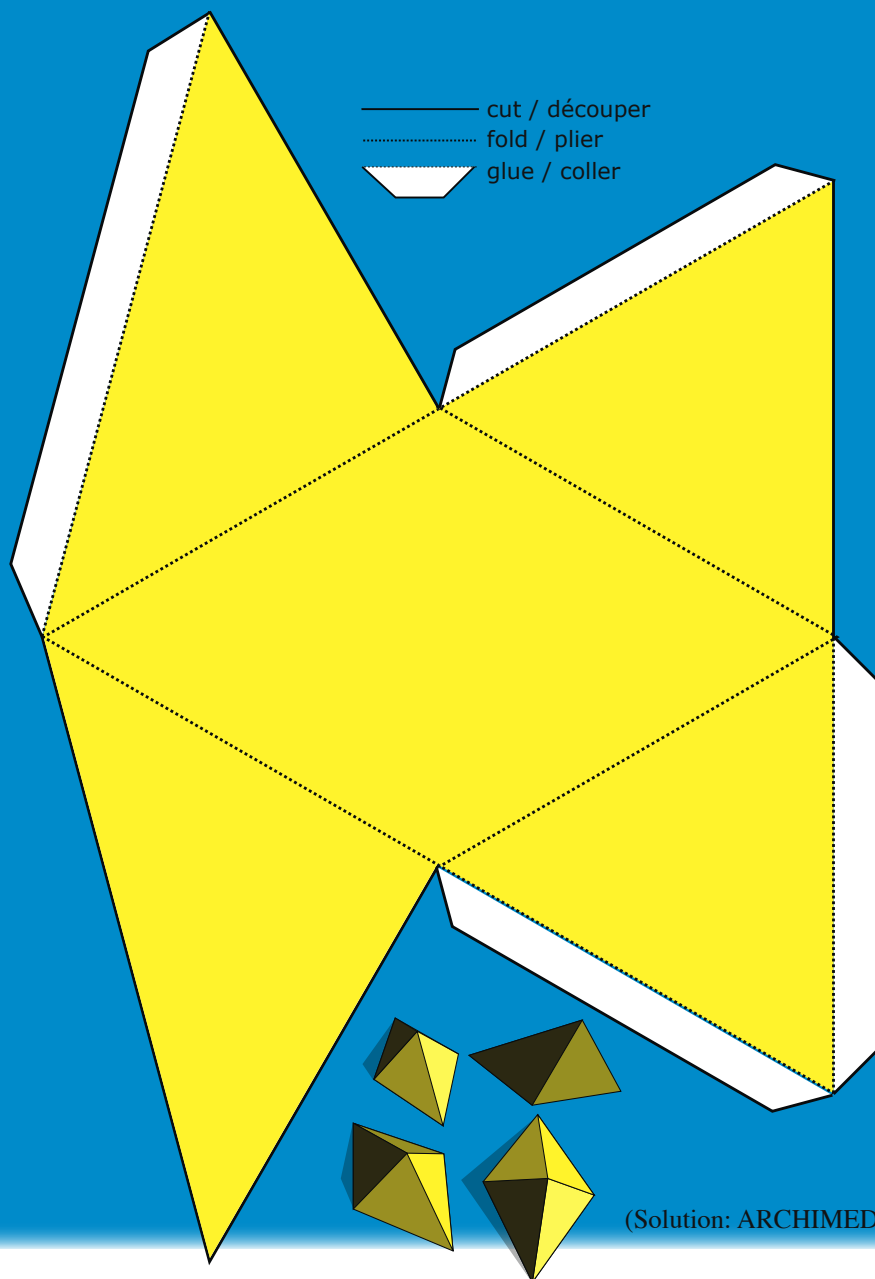
→ Faites 4 copies du modèle de puzzle ci-dessous. Découpez ensuite chaque puzzle et pliez-le avec soin, en suivant les traitillés. Complétez chaque jeu en collant les rabats et en assemblant toutes les parties. Vous avez maintenant 4 pentaèdres !

### Aim of the game

Finally, fit the pentahedrons together to make a pyramid.

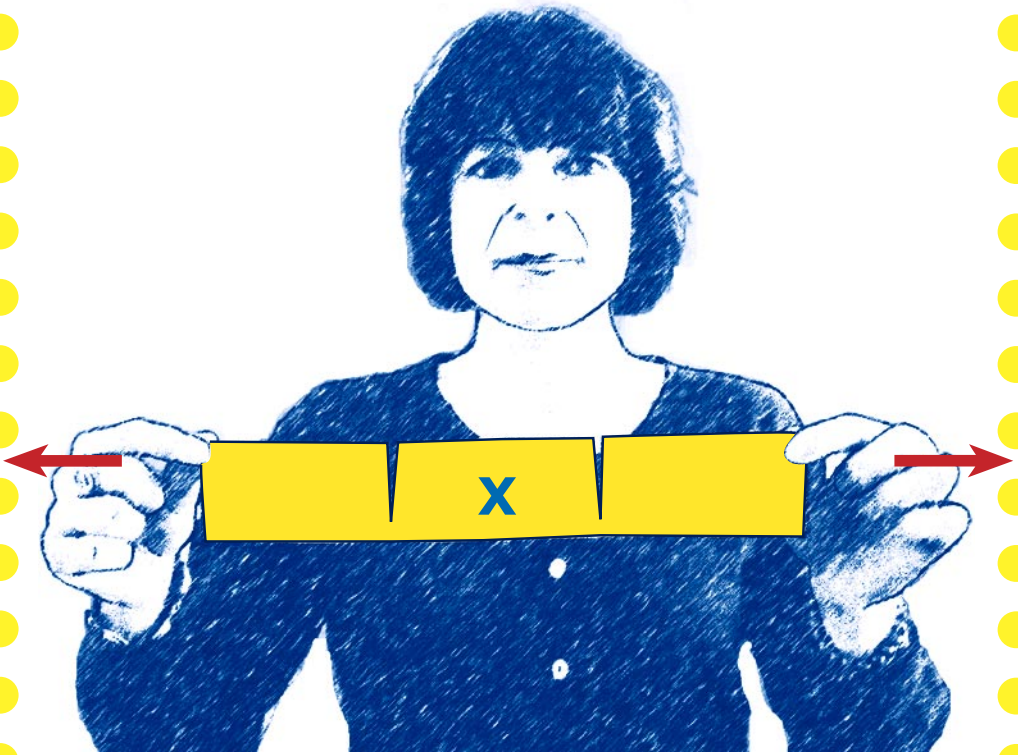
### But du jeu

Assemblez enfin les 4 pièces du jeu pour former une pyramide.



(Solution: ARCHIMEDES n. 2)

## Tearings / Déchirements



32

→ Take a strip of paper and make 2 incisions in it as shown in the picture above. Hold the strip by its ends and pull in order to break the strip. What is the probability that the central piece marked with an X falls out:  $1/3$ ,  $2/3$  or  $3/3$ ?

→ Prenez une bandelette de papier et faites-y des incisions, comme illustré ci-dessus. Tenez la bandelette par les extrémités, puis tirez pour faire tomber la pièce centrale marquée d'un X. Quelles sont les probabilités de réussite :  $1/3$ ,  $2/3$  ou  $3/3$  ?

(Solution: page 48)

### Small math doses

A square piece of dry paper cannot be folded in half more than 7 times!

### Une touche de maths

Il est impossible de plier une feuille de papier par la moitié plus de 7 fois !

## Puzzling Perimeters Périmètres interchangeables

→ How would you measure the perimeter of a disc without using  $\pi$ ? By constructing a right triangle whose perimeter is equal to the disc perimeter...

To do this first divide the diagonal of the disc into 5 equal segments following the construction steps shown in fig. 1 below. Then, use 1 segment as a unit to construct a right triangle having adjacent sides of 3 and 6 units (fig. 2). Finally using a ruler measure and sum the value of the sides of the triangle, the result will correspond to the perimeter of the disc (correct to within a ten-thousandth cm).

→ On peut mesurer le périmètre d'un disque sans utiliser la formule  $2\pi r$ , en construisant un triangle rectangle dont le périmètre est équivalent au périmètre du disque au 10 millième de cm près. Suivez les étapes ci-dessous (fig. 1) pour partager la diagonale du disque en 5 segments égaux. Puis, en utilisant un segment comme unité de base, construisez un triangle rectangle dont les côtés adjacents ont une longueur de 3 et 6 unités (fig. 2). Il suffit enfin de mesurer en cm et d'additionner la valeur des côtés du triangle pour obtenir celle du périmètre du disque...

fig. 1

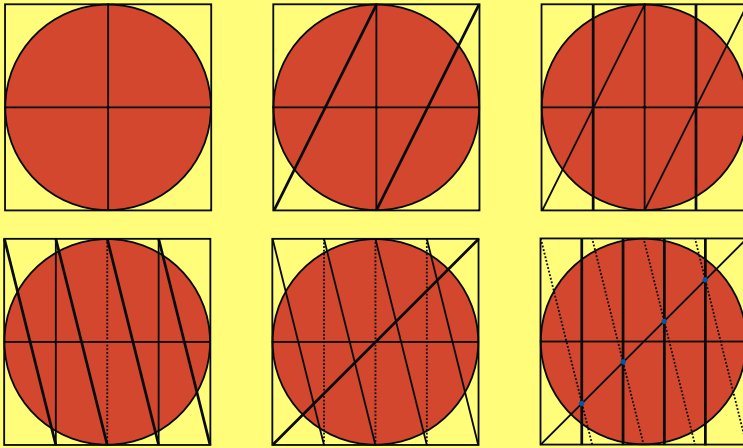
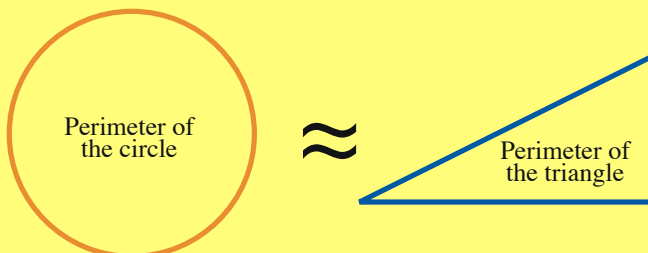
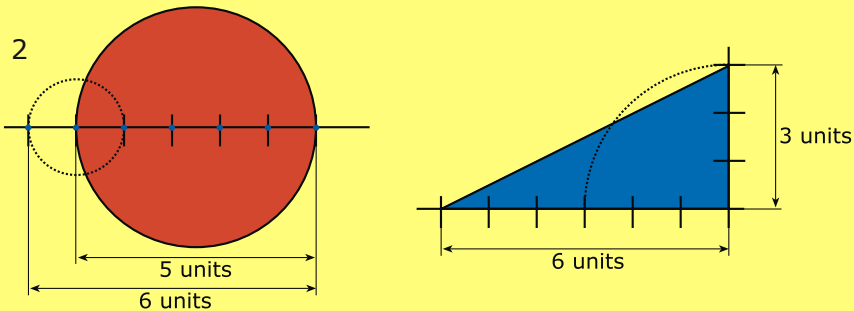


fig. 2



## **Magic magic Squares** **Carrés magiques magiques**

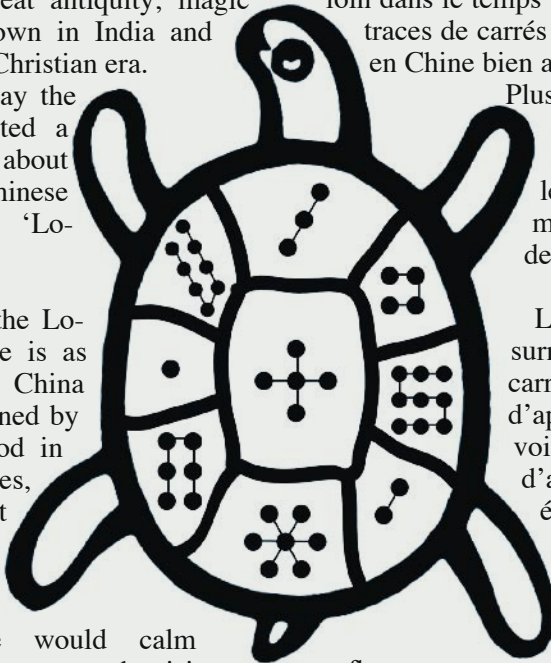
### **The history**

→ Magic squares have been fascinating people for centuries. They are formed by filling in all the squares with numbers starting from one so that the sum (called 'magic constant') of each row, column, and diagonal is the same.

The origin of the magic square has been a subject of much debate... The construction of magic squares is an amusement of great antiquity; magic squares were known in India and China before the Christian era.

Several sources say the Chinese constructed a 3x3 magic square about 500 B.C. The Chinese square is called 'Lo-Shu'.

The legend of the Lo-Shu magic square is as follows: "While China was being threatened by a devastating flood in now ancient times, its people thought that a gift to the god of the 'Lo' river in the form of a sacrifice would calm this anger and put a stop to the rising waters. Each time a sacrifice was put into position near the river, a turtle emerged from the water and circled the offering before returning the river. There was evidently a problem as each time the sacrifice seemed to be rejected. On one occasion, however, a child noticed a strange design on the turtle shell that was later recognized to be combinations of stylized numbers (see picture in the center of the page). Discovering that the numbers, when totalled horizontally, vertically or diagonally added up to 15, they realized they had found the key to how many gifts to offer the god of the river."



### **Entre histoire et légende**

→ Les carrés magiques ont toujours fasciné le commun des mortels depuis des siècles. Ce sont de petits carrés remplis de chiffres dont la somme de ceux-ci alignés horizontalement, verticalement ou diagonalement est identique.

L'origine de ce jeu est sujette à caution... Nous savons que la réalisation de carrés magiques est un amusement qui remonte loin dans le temps ; nous retrouvons des traces de carrés magiques en Inde ou en Chine bien avant l'ère chrétienne.

Plusieurs sources confirment que les chinois dessinèrent leur premier carré magique aux environs de 500 av. J.-C.

Les chinois surnommèrent ce carré 'Lo-Shu', d'après la légende que voici : "Dans la Chine d'autrefois, il y eut une énorme inondation.

Les gens du lieu voulurent porter des offrandes à la divinité de l'un des fleuves en crue, le fleuve 'Lo', pour calmer sa colère. A chaque fois, cependant, une tortue sortait du fleuve, décrivait un cercle autour du sacrifice et s'en retournait à la rivière. Cela signifiait que la divinité refusait l'offrande... Jusqu'au moment où un enfant remarqua les signes sur le dos de la tortue (voir la représentation au centre de la page) et comprit le message : pour satisfaire la divinité, il fallait faire 15 sacrifices (15 étant la 'constante' du carré magique dessiné sur le dos de la tortue)."

Magic squares appear to have been introduced to Europe by Emanuel Moscopulus, a Greek writer who lived in Constantinople early in the fifteenth century. However, what was at first merely a practice of magicians and talisman makers has since become a serious study for mathematicians and puzzlers.

### Construction

There are various ways of constructing a magic square. We will construct an easy one and then do an interesting experiment with it.

To construct a 4x4 magic square follow the 2 steps below. First fill the cells of the square with numbers as shown in fig. 1. Then, interchange number 2 with number 15, number 3 with number 14, number 5 with number 12 and finally number 8 with number 9 (the diagram of fig. 2 may be of help). Now you have a perfect magic square (fig. 3). Note that the total of every row, column or diagonal is equal to 34.

Les carrés magiques semblent avoir été introduits en Europe au 15ème siècle par un écrivain grec du nom de Emanuel Moscopulus. C'est ainsi que, ce qui fut au premier abord une pratique de magiciens ou de fabricants d'amulettes, devint avec le temps une récréation mathématique sérieuse pour de nombreux mathématiciens et amateurs de casse-tête.

### Construction

Il existe plusieurs méthodes pour réaliser des carrés magiques. Nous utiliserons une méthode simple qui nous permettra de construire un carré magique d'ordre 4 (ayant 4x4 cases), avec lequel nous réaliserons une expérience amusante à la page suivante.

En suivant les étapes ci-dessous (fig. 1 et 2) nous arriverons aisément au résultat voulu (fig. 3). Comme vous pouvez le remarquer, la somme ou 'constante' des chiffres alignés verticalement, horizontalement ou diagonalement est 34.

fig. 1

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

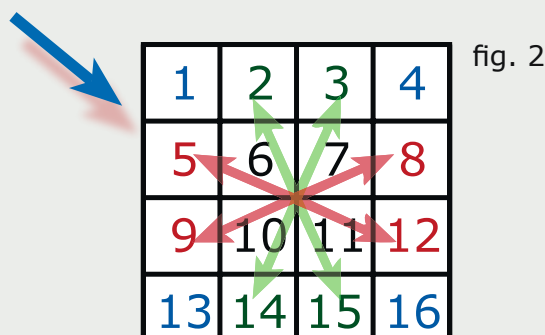


fig. 2

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

fig. 3

1	15	14	4
12	6	7	9
8	10	11	5
13	3	2	16

Interchange the numbers at both ends of the arrowed diagonals.  
Intervir les nombres aux extrémités des diagonales fléchées.

## **Magic magic Squares (2)** **Carrés magiques magiques (2)**

### **A weird experiment**

→ Take a sheet of paper about 9 inches square. Fold the sheet in half four times so that the folds make a 4x4 grid of cells. Open out the sheet and make the folds clear and precise.

Write out the magic square numbers of the previous page (fig. 3) in the cells formed by the folds. Take a pair of scissors and carefully cut along the folds in any one direction, providing only that you do not detach any portion of the sheet (as shown in fig. 4 of the page opposite).

Now start folding the sections of the sheet together (along the folds already made, see fig. 5). Try to make the folding as random and convoluted as you can. For example, you can place folds inside folds if you like. Do this until the sheet is folded into a packet the size of a single cell (fig. 6). Take the scissors and carefully trim the edges of the packet (fig. 7) so that all the cells are now separated.

Deal the cells out onto the table. You will notice that some of the numbers are face-up and others are face-down, as determined by your random pattern of cutting and folding. Now count up the total of the face-up numbers and divide this total by two.

Do you remember what the 'constant number' of this magic square is? Your answer should convince you that this is indeed a magic magic square. Can you explain this 'phenomena'? Send us your explanation for this experiment...

### **Une drôle d'expérience**

→ Prenez une feuille de papier d'à peu près 20x20 cm. Pliez-la par la moitié 4 fois afin d'obtenir, en la dépliant, des plis formant une grille de 4x4 cases. Mettez bien en évidence les plis qui délimitent le pourtour des cases, en repliant plusieurs fois le papier.

Inscrivez dans les cases les nombres tels qu'ils se présentent dans le carré magique de la page précédente (fig. 3). Prenez ensuite une paire de ciseaux et, en suivant les plis du carré, faites quelques coupes régulières dans le papier en évitant cependant de détacher des morceaux du carré magique (voir fig. 4 de la page ci-contre).

Repliez maintenant le tout en respectant les plis du papier (fig. 5), case après case, de la façon la plus aléatoire possible jusqu'à obtenir un petit 'livret', comme illustré à la fig. 6. Reprenez alors votre paire de ciseaux et, en tenant bien ferme le bloc de papier, taillez-en les bords (fig. 7) pour libérer les cases.

Ne mélangez surtout pas les bouts de papier ainsi obtenus ! Posez-les sur la table et notez les nombres qui se trouvent au recto de chaque case découpée (ignorez les cases 'blanches' dont les numéros se trouvent au dos). Additionnez les nombres et divisez le total par deux.

Vous souvenez-vous quelle était la constante de ce carré magique d'ordre 4 ? Surpris ? Envoyez-nous vos explications, la plus convaincante sera publiée.



fig. 4



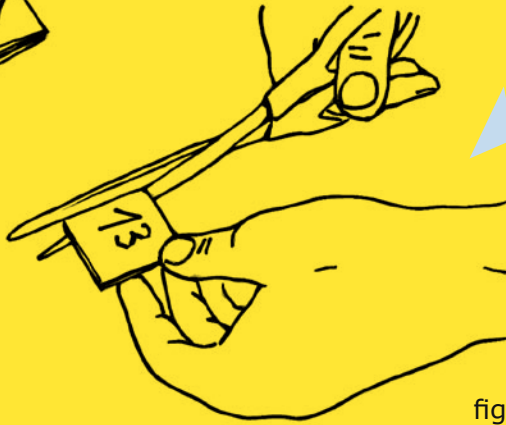
fig. 5



fig. 6



fig. 7



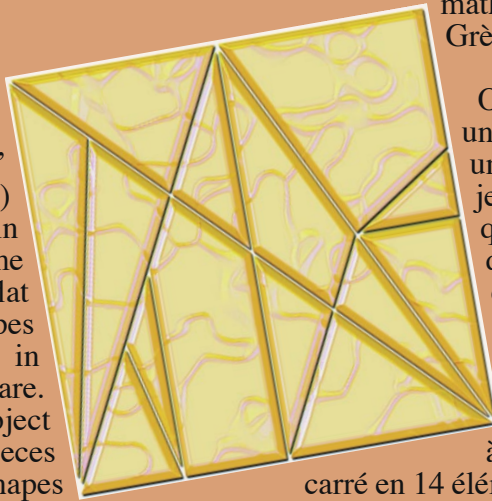


## Syntemachion, Archimedes' puzzle Syntémachion, le puzzle d'Archimède

### Historic game

→ 'Syntemachion' is a dissection game similar to tangrams described by the Latin poet Magnus Ausonius (IVth century A.D. - see text below), and also by Marius Victorinus (IVth century) and Atilius Fortunatianus (VIth century).

This puzzle is also referred to as the "Loculus Archimedi" (Archimedes' box) or 'Ostomachion' in Latin texts. The game consists of 14 flat pieces of various shapes (*lamellae eboreae*, in latin) forming a square. Like tangrams, the object is to rearrange the pieces to form interesting shapes or geometric figures.



As described in an Arabic version of a manuscript attributed to Archimedes, one of the greatest mathematicians of the antiquity, Ostomachion was originally a geometric dissection problem. The challenge was to divide a square into 14 pieces, so that each piece has an area in rational proportion to the whole area of the puzzle. For example, the area of the largest piece is  $8/48$  or  $1/6$  of the total area (see fig. 1 in the page opposite).

### Un puzzle historique

→ Ce puzzle carré (voir représentation au centre) s'appelle également "Ostomachion", ou encore "Loculus Archimedi". Il semblerait bien que l'inventeur de ce jeu fût Archimède lui-même, illustre mathématicien de la Grèce Antique.

On a retrouvé dans un manuscrit arabe une description du jeu d'Archimède qui ferait penser que l'Ostomachion était à l'origine un problème de partages géométriques qui consistait à subdiviser un carré en 14 éléments de sorte à ce que l'aire de chacun représente une fraction rationnelle de l'aire totale (fig. 1, sur la page en regard) ; par exemple, l'aire de la pièce la plus grande du puzzle valant un sixième de l'aire totale ( $8/48$ , soit  $1/6$ ).

Decimus Magnus Ausonius, poète latin du IVe siècle après J.-C., décrit ce casse-tête dans une de ses lettres (voir plus bas). Marius Victorinus (IVe siècle) et Atilius Fortunatianus (VIe siècle), auteurs latins méconnus, mentionnèrent également ce jeu de partages. Rappelez-vous que lorsque vous découperez ce puzzle, vous aurez un bout d'histoire entre les mains !

*"...Simile ut dicas ludicro quod Graeci ostomachion vocavere. Ossicula ea sunt: ad summam XIV figuras geometricas habent. Sunt enim aequaliter triquetra, vel extentis lineis, vel ejusdem frontis, vel rectis angulis, vel obliqui: isoskele ipsi, vel isopleura vocant, orthogonia quoque et skalena. Harum verticularum varis coagmentis simulantur species mille formarum..."*

D. Magnus Ausonius

Sketch Plan / Diagramme

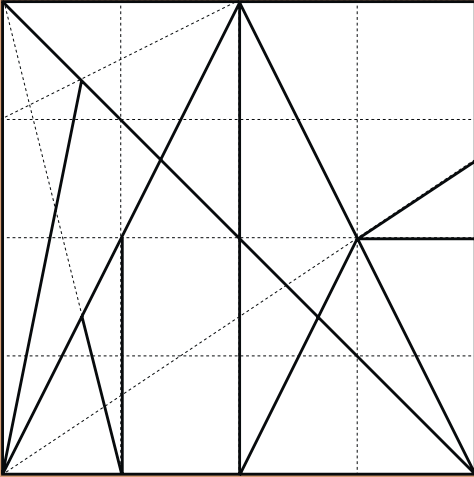
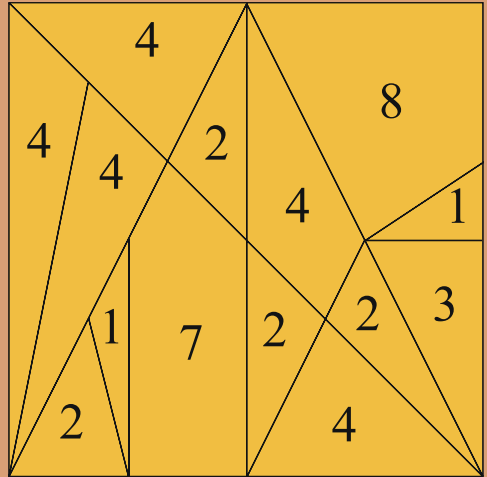


fig. 1



**Basic direction**

→ All you need to make your own *Syntemachion* puzzle is a piece of 4x4 inches cardboard. The diagram above shows how the square piece can be divided into 14 pieces to make the puzzle.

**Instructions**

→ Pour réaliser votre *Syntémachion*, il vous suffit de reproduire le diagramme ci-dessus sur du carton fort de 10x10 cm et d'en découper les pièces.

The area of each piece of the puzzle is commensurate with the area of the square in the ratio 1:48.

L'aire de chacune des 14 pièces polygonales est indiquée en 48ième de l'aire totale.

**It's up to you!**

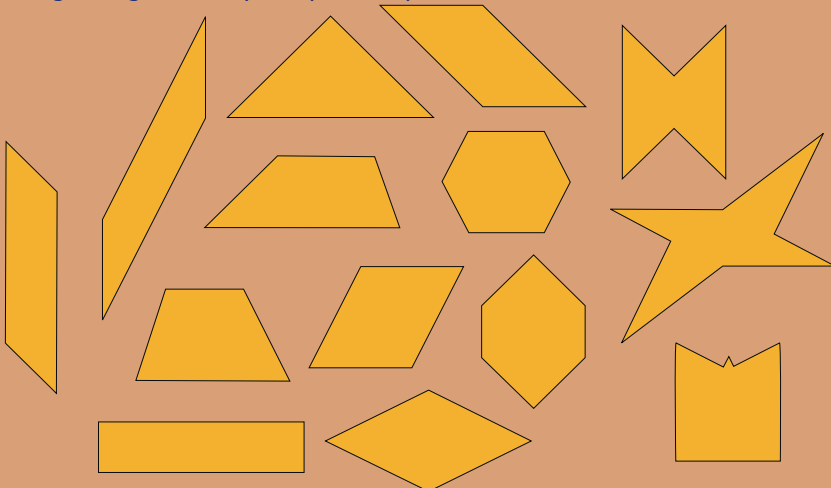
Using all the 14 pieces of the puzzle, try to form 3 parallelograms representing the numbers 1, 2 and 3.

**À vous de jouer !**

Formez avec les 14 pièces du jeu trois parallélogrammes différents, de manière à ce que leurs aires représentent les nombres 1, 2 et 3.

(Solution: page 48)

Some geometric shapes you can form with the 14-piece puzzle  
Figures géométriques que l'on peut obtenir avec ce casse-tête



## **Pacioli's Number** **Nombre de Pacioli**

### **Wait and see**

→ You've placed a certain amount of money in a secret savings account in Switzerland at  $X$ -percent interest.

Now, you want to know when your capital will be doubled. Easy, use the trick of Luca Pacioli, an Italian monk and mathematician of the Renaissance; divide the number **72** by the interest rate and you'll obtain the number of years you should wait before leaving for the Bahamas!

Could you explain how it works?  
Send us your suggestions!

### **Il faut savoir attendre**

→ Vous avez placé une certaine somme d'argent à  $X\%$  sur un compte en Suisse.

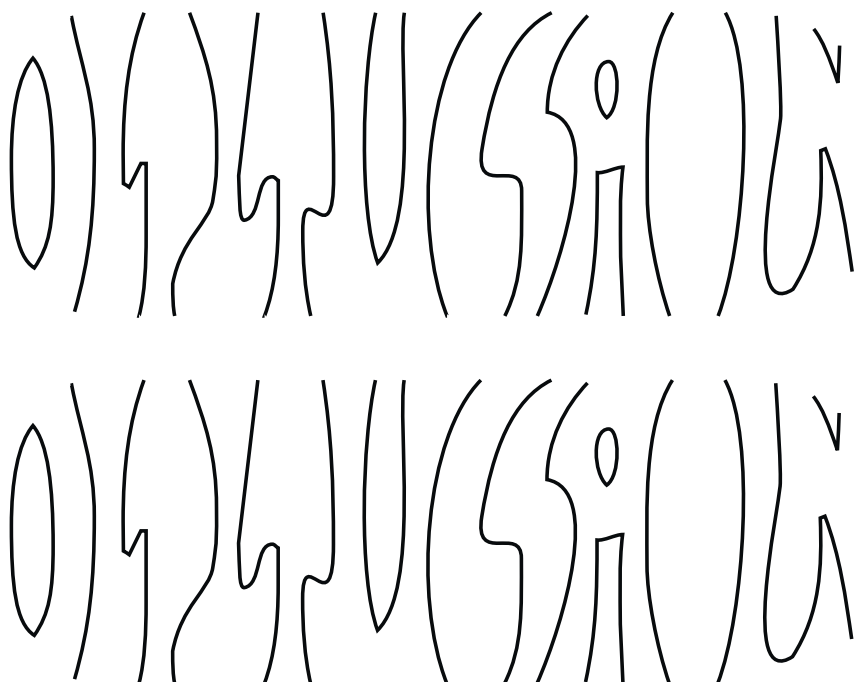
Vous souhaitez connaître le temps qu'il faudra pour que votre capital ne double (intérêt + capital) ? Faites comme Luca Pacioli, un moine franciscain et mathématicien de la Renaissance ; divisez le nombre **72** par le taux d'intérêt et vous obtiendrez les années qu'il vous faudra attendre avant de partir pour les Bahamas !

Pourriez-vous expliquer comment ça marche ? Envoyez-nous vos réponses !



## Optical What? L'illusion cachée

Take a pencil and by just connecting the lines of the drawing below together make the words **OPTICAL ILLUSION** appear!



Prenez un crayon et joignez les lignes par un trait continu pour faire apparaître ces deux mots : **OPTICAL ILLUSION** !

(solution: page 48)

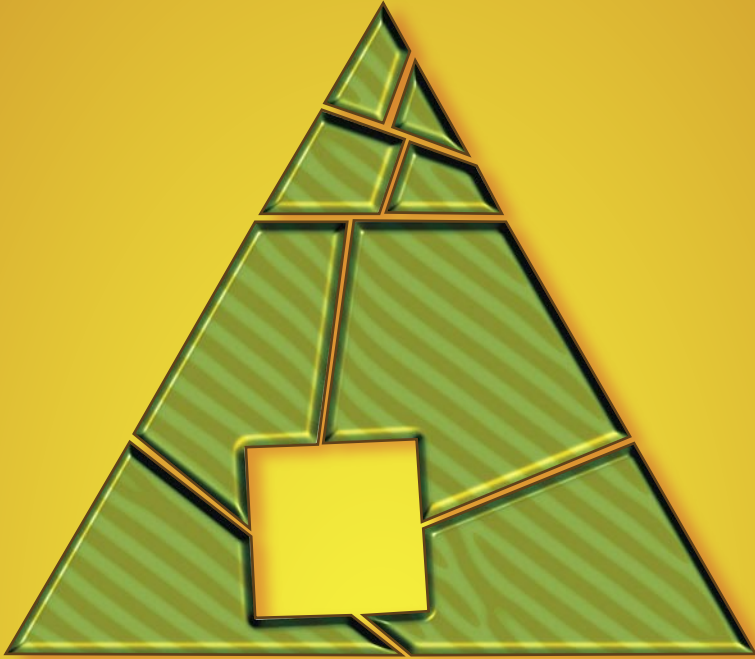
### Wordplays

How would you rearrange the letters in the words 'new door' to make one word? Answer: 'one word'

### Curiosité mathématique

$1 / 243 = 0,004115226337448559...$

# Holey Triangle Triangle percé



## Aim of the Game

Rearrange the pieces of the puzzle to form a triangle without the square hole

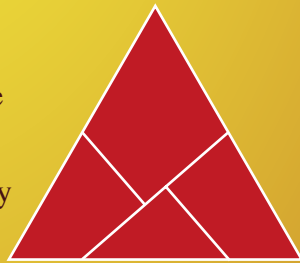
## But du Jeu

Assembler les pièces du puzzle de manière à former un triangle complet sans trou

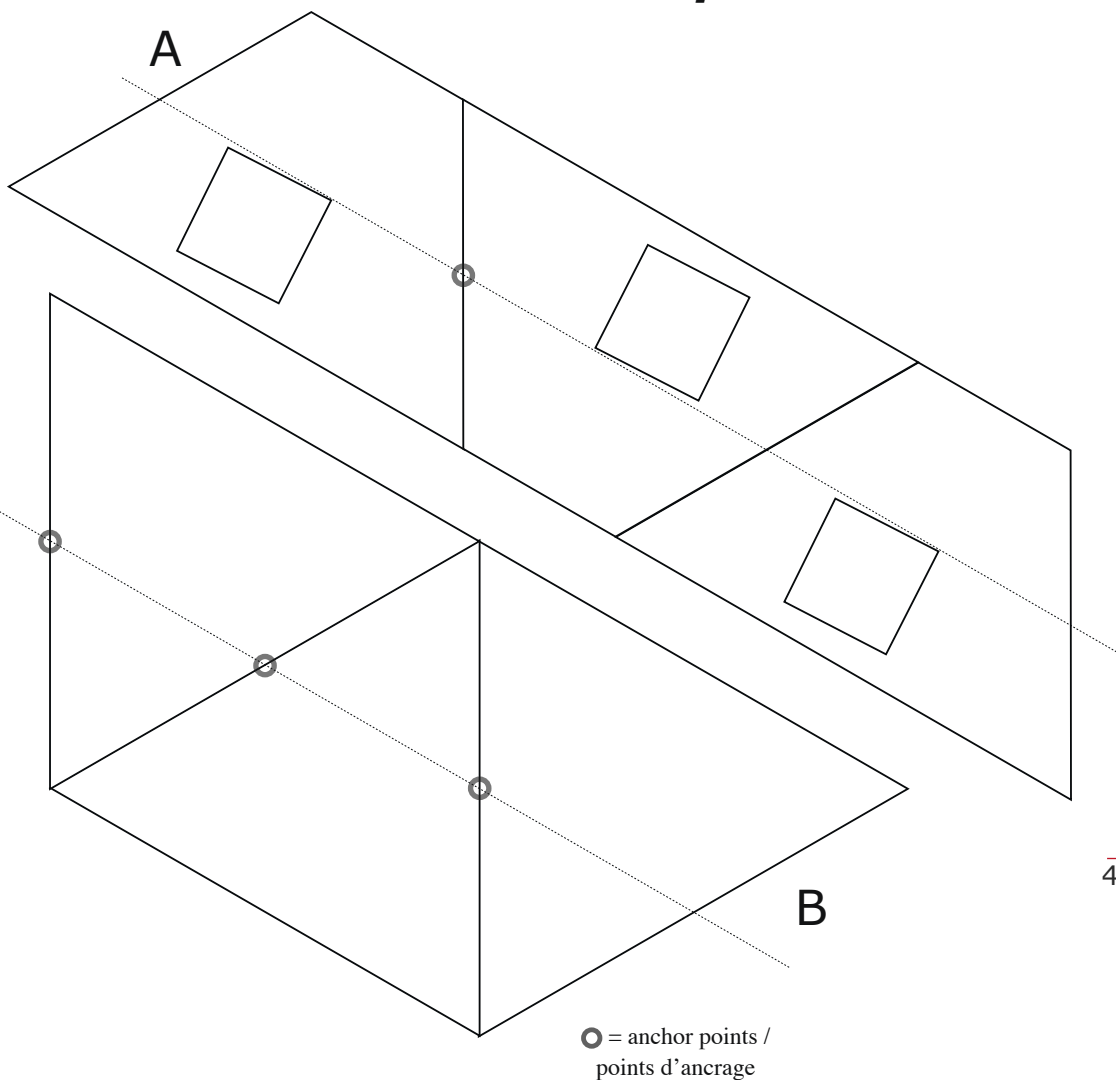


Puzzle based on  
Dudeney's Triangle

Puzzle inspiré du  
Triangle de Dudeney



# Sketch Plan Fiche Technique



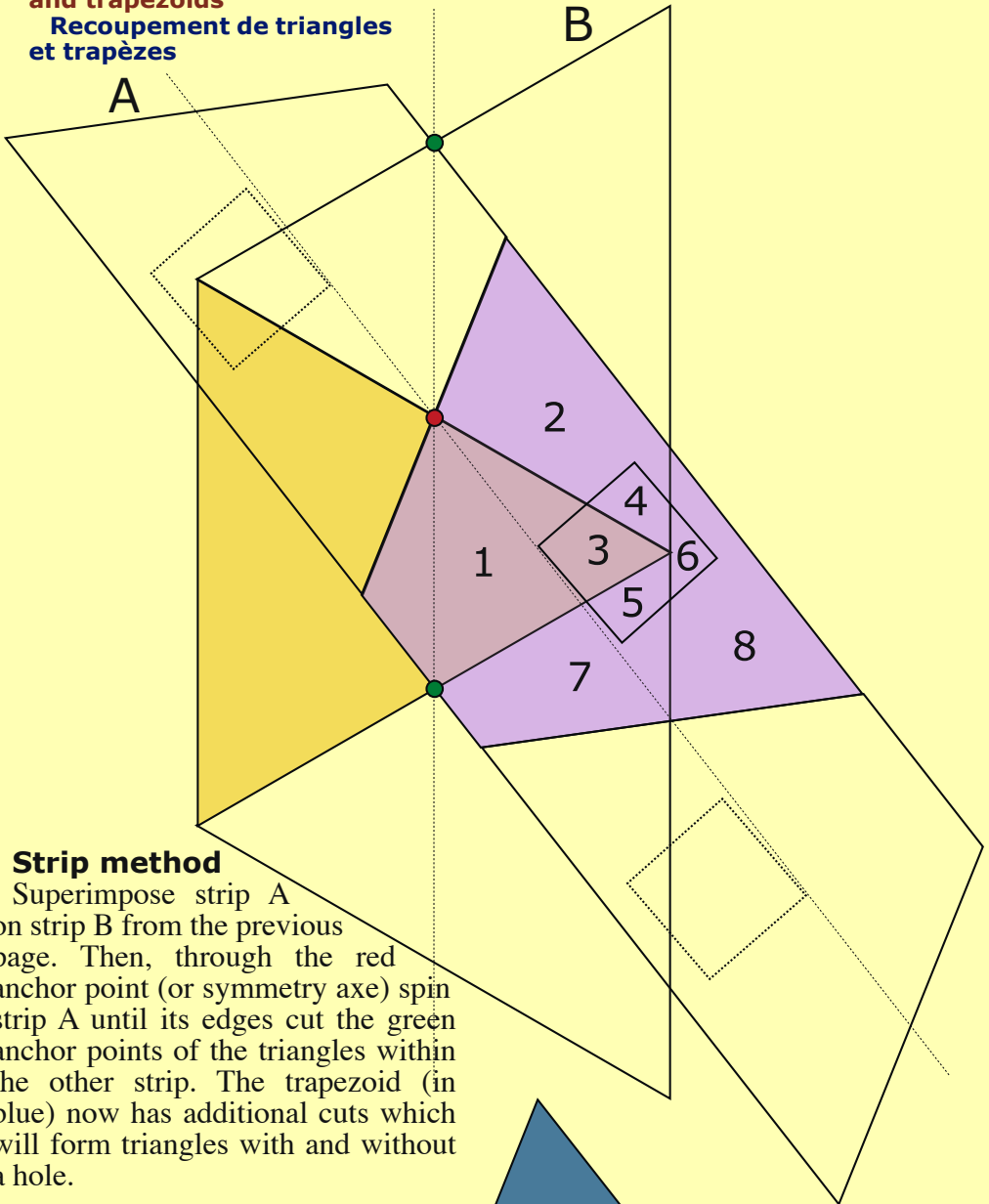
## Basic direction

→ Make an enlarged copy of both patterns above, if possible using transparent or tracing paper, and follow the construction steps on the next page. Pattern A represents a strip of trapezoids; pattern B, a strip of triangles. In this chapter you'll discover how aligned polygons can reveal the secret pattern of a puzzle.

## Instructions

→ Faites un agrandissement à la photocopieuse des 2 modèles A et B ci-dessus, si possible sur transparent ou sur papier calque. Puis, reportez-vous à la page suivante et suivez les étapes de construction du puzzle. Vous découvrirez comment des alignements de polygones influent sur la découpe.

**Crossposing of triangles and trapezoids**  
**Recoupement de triangles et trapèzes**



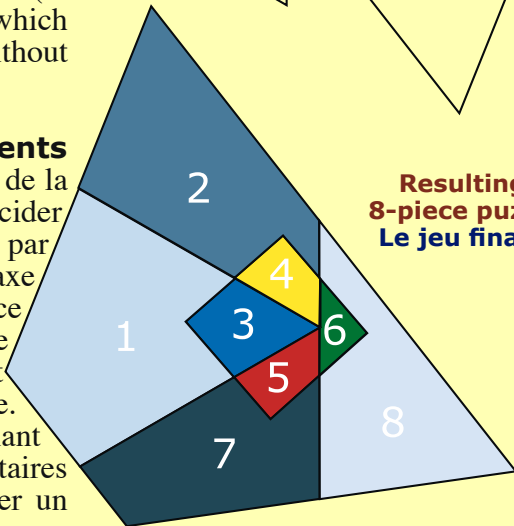
**Strip method**

Superimpose strip A on strip B from the previous page. Then, through the red anchor point (or symmetry axe) spin strip A until its edges cut the green anchor points of the triangles within the other strip. The trapezoid (in blue) now has additional cuts which will form triangles with and without a hole.

**Méthode des recoupements**

Superposez les bandes A et B de la page précédente en faisant coïncider la ligne médiane. Faites pivoter par le point d’ancrage en rouge (ou axe de symétrie) la pièce A jusqu’à ce que les bords de la bande coupe les points d’ancrage en vert des triangles sur l’autre bande. Le trapèze (en bleu) a maintenant des traits de coupe supplémentaires qui nous permettront de réaliser un triangle avec ou sans trou...

**Resulting 8-piece puzzle**  
**Le jeu finalisé**





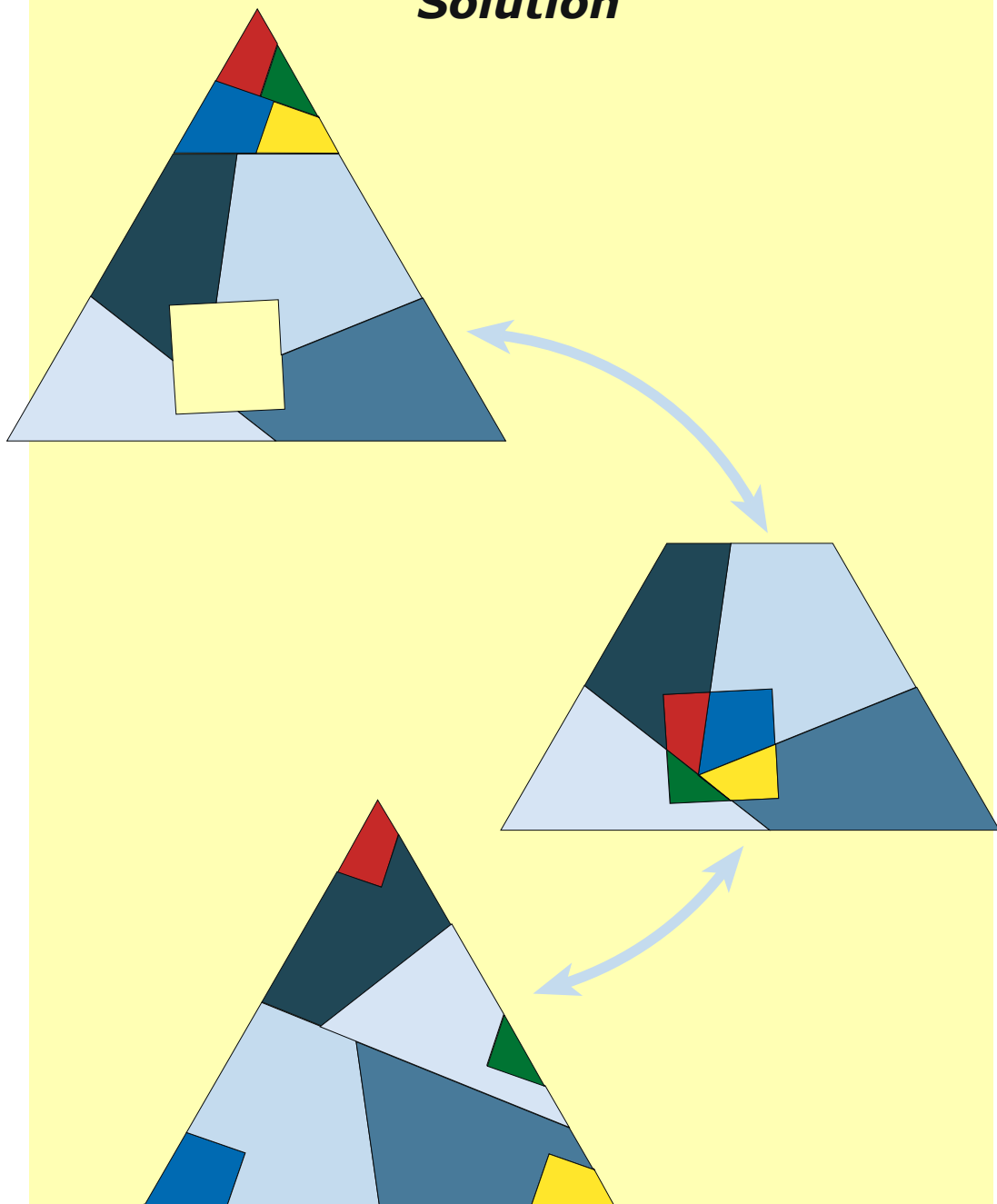
**Making the puzzle**

Plot the sections of the trapezoid from the page opposite onto a piece of cardboard or any other hard material. Then cut out the 8-piece puzzle. Your brainteaser is now ready to puzzle your friends...

**Réalisation du puzzle**

Reportez les traits de coupe du trapèze de la page ci-contre sur du carton fort (ou tout autre type de matériel rigide), puis découpez les 8 pièces du jeu. Votre casse-tête est maintenant prêt à étonner vos amis.

**Solution**



## **Bruno Munari, a visionary artist** **Bruno Munari, un visionnaire**

*in collaboration with Coca Frigerio and Alberto Cerchi*

### **We see what we know**

→ Bruno Munari (Milan, 1907-1998), artist, painter, designer, writer and experimenter of new forms of art, pioneered fundamental changes in the teaching of design throughout Italy and worldwide. Munari distinguished between programmed art and 'inspired' art. From his point of view, the all important factor was the design and therefore the application. Being a contemporary artist he viewed objects in a process of evolution: function, use, esthetics.

Creativity, according to Munari, involves observation and stimulating others to observe... Gathering information about the world around us and extracting essential data using simple mental games of shape transformation (Munari himself said: 'Take life as seriously as a game'). Bruno Munari was fascinated by visual brainteasers and was used to stimulate his students with puzzles.

### **View the rainbow in profile**

Knowing the essential meaning of the images that surround us enlarges our vision of reality and allows us to create a new reality. Opening ones eyes wider in the creative process is essential in realising innovative ideas. For example, everybody in the USA remembers pyramid shaped milk cartons but not so many know that these cartons were made from an initial cylinder shape (by closing the top and the base of a cylinder shape in a certain manner). This affects the manufacturing process (saving of time and material). Inventiveness is a result of looking for an elegant shortcut to reach a visual or technical effect.

### **Chacun voit ce qu'il connaît**

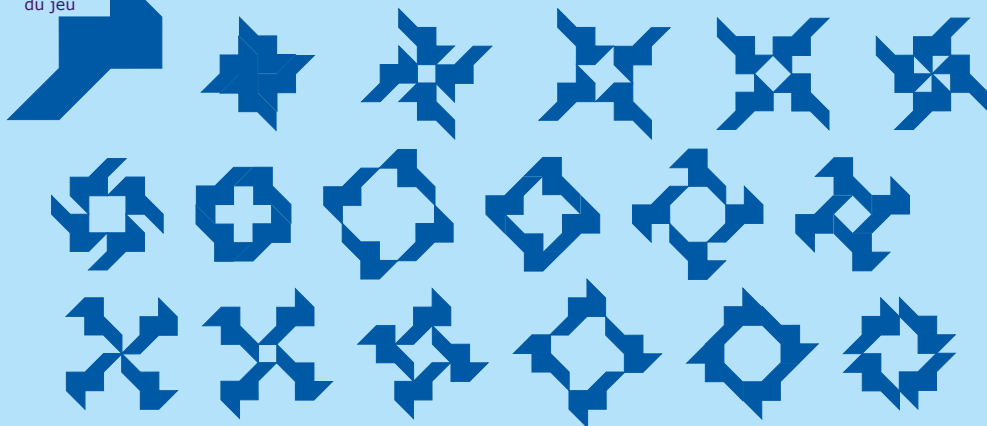
→ Bruno Munari (Milan, 1907-1998), artiste, écrivain, peintre, designer et expérimentateur de nouvelles formes d'art, a apporté une contribution et un enseignement fondamentaux au design en Italie et dans le monde. Bruno Munari distinguait l'art programmé de l'art "inspiré" ; pour lui, tout était basé sur le projet et donc sur l'application. Artiste contemporain, il étudiait les objets comme représentants d'un procédé évolutif : fonction, utilisation, esthétique.

Etre créatif signifie, selon Bruno Munari, observer et faire observer, se documenter sur la réalité pour extraire des données essentielles avec des jeux simples de transformation des formes. Les puzzles et les jeux topologiques ont été d'une importance capitale dans son enseignement. Car, c'est à travers ces jeux que l'on arrive à mieux comprendre comment les formes interagissent entre elles.

Connaître l'essence des images qui nous entourent signifie également élargir les possibilités de contact avec la réalité et donc de pouvoir mieux interagir avec elle. Mieux voir signifie donc mieux comprendre. Par exemple, tous ont connu le berlingot de lait en forme de pyramide triangulaire, mais peu de gens savent que cet emballage a été créé à partir d'un cylindre. Deux lignes d'adhérence suffisent pour créer ce volume (essayez pour voir) ! Un gain de temps et de matériel non négligeable du point de vue de la fabrication... L'inventivité se manifeste dans les raccourcis pour atteindre techniquement ou visuellement un résultat, et on sait que les raccourcis demandent plus de connaissances !

Below is an example of Bruno Munari's exercise designed to stimulate visual creativity. Moving 4 basic pieces through a point of symmetry makes kaleidoscopic patterns appear. It's a purely esthetic exercise.

Basic piece of the puzzle  
Pièce de base du jeu



Voici un exercice que Bruno Munari proposait à ses étudiants pour stimuler leur créativité : il s'agit de "moduler" des pièces en gardant une symétrie axiale pour faire apparaître des motifs caléidoscopiques, comme illustré ci-dessous. C'est un exercice purement ludico-esthétique.

### Giocare con l'arte

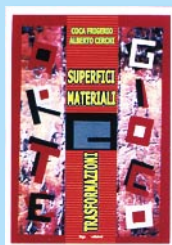
An association, in Genoa, called "Giocare con l'arte" adopted Bruno Munari's method for their visual creativity workshops. Coca Frigerio has been Bruno Munari's collaborator for a long time and along with his associate Alberto Cerchi proposes educational workshops based on signs, textures, volumes and colors. For those who want to know more about this, we suggest doing these three book-workshops below :



Arte e Gioco



Di segno in segno

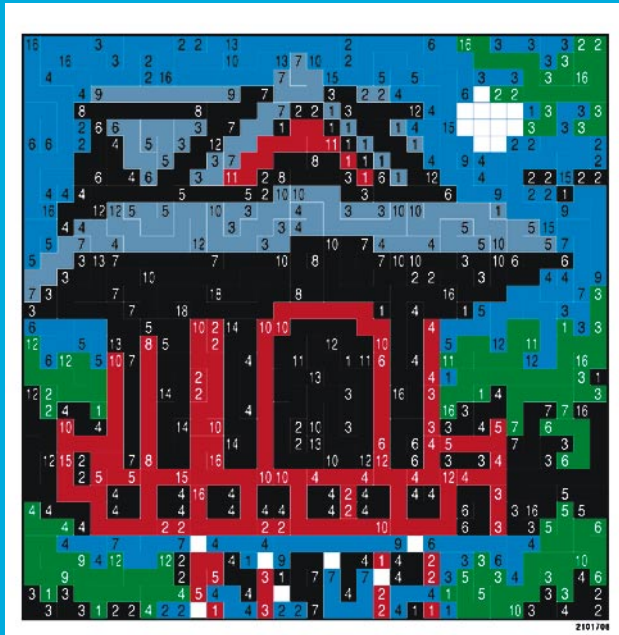


Superfici - Materiali  
Trasformazioni

Published by /  
publiés chez  
**Erga Edizioni**,  
Genova.  
(edizioni@erga.it)

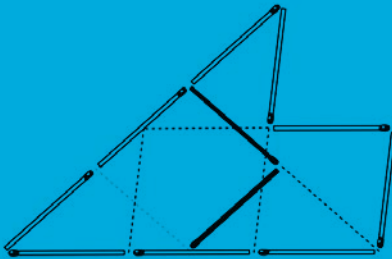
# Solutions

Page 9: Link-a-Pix / Pixellage.



Japanese Temple / Temple japonais

Page 22: The Shoe / La Pantoufle.



Page 32: Tearings / Déchirements.

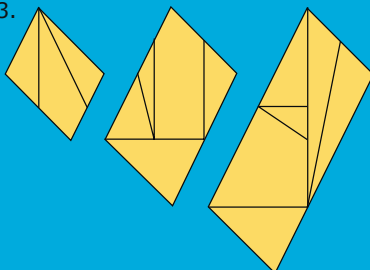
The probability that the central piece marked with an X falls out is 0/3! This is the illustration of an improper use of probabilities for a physical event.

La probabilité que la pièce centrale marquée d'un X tombe est de 0/3 ! C'est la parfaite illustration d'une utilisation inadéquate des probabilités pour un événement physique.

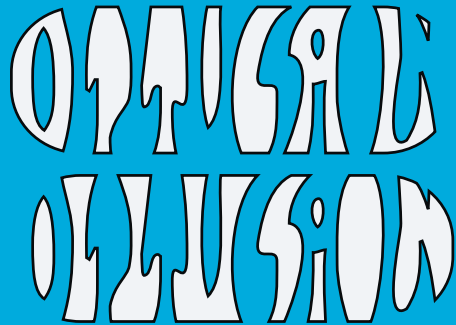
Page 39: Syntemachion.

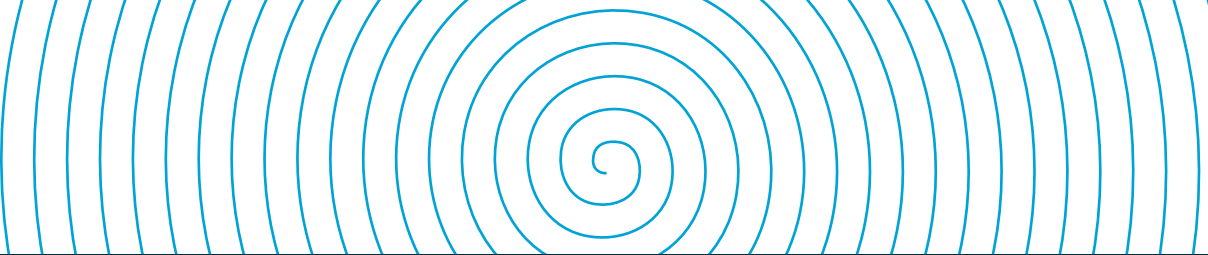
The proportional values of the 3 parallelograms below made with the Syntemachion puzzle worth: 1, 2 and 3.

Ces 3 parallélogrammes, composés avec les pièces du Syntémachion, ont chacun une aire proportionnelle aux deux autres, représentant les nombres : 1, 2 et 3.



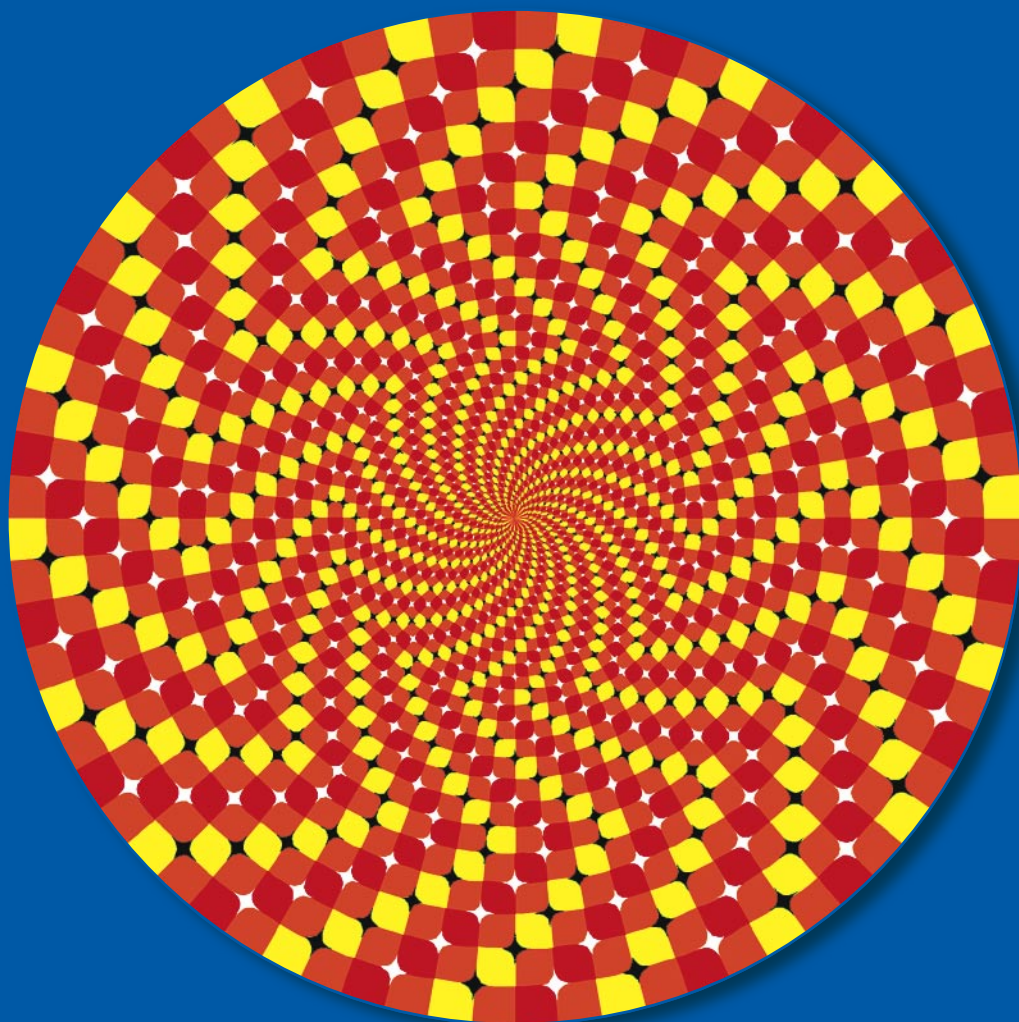
Page 41: Optical What?





visual creativity, mechanical puzzles, recreational maths  
créativité visuelle, casse-tête géométriques, récréations mathématiques

[www.archimedes-lab.org](http://www.archimedes-lab.org)



**Kitaoka Moving Spirals** (©2002, A. Kitaoka)

Keeping your gaze fixed on the center of the disc, move your head backwards and forwards. What happens?

En fixant le regard sur le centre du disque, approchez ou éloignez votre tête. Que se passe-t-il?













